

Top kvark

1 Základné vlastnosti

Základné konštituenty látky

leptóny	Q	T_3	Kvarky	Q	T_3
$\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau$	0	1/2	u c t	2/3	1/2
e μ τ	-1	-1/2	d s b	-1/3	-1/2

Tab.1: Fundamentálne fermióny, $Q \equiv$ elektrický náboj v [e], $T_3 \equiv$ slabý izospin.

Hmotnosť t-kvarku: $m_{top} = 174.3 \pm 5.1 \text{ GeV}/c^2$

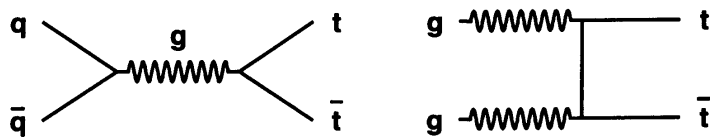
Objavený - kedy : 1995

Kde : Fermilab

1.1 Produkcia top kvarku

Základné mechanizmy produkcie t-kvark (v $p \bar{p}$ (pp)-zrážkach) sú (viď. Obr.1):

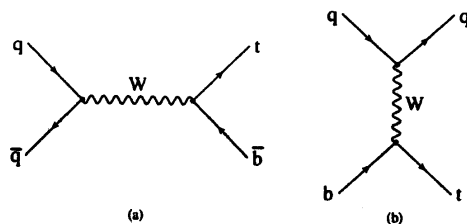
- Kvark-anitikvarková anihilácia
- Gluónová fúzia.



Obr. 1: Dominantné produkčné mechanizmy pre t-kvark.

Dominantné produkčné mechanizmy sú sprostredkované **silnými interakciami** a kvarky sú produkované v pároch ($t\bar{t}$).

Produkcia **singletného t-kvarku** sa uskutočňuje prostredníctvom **slabých interakcií** (Obr.2).

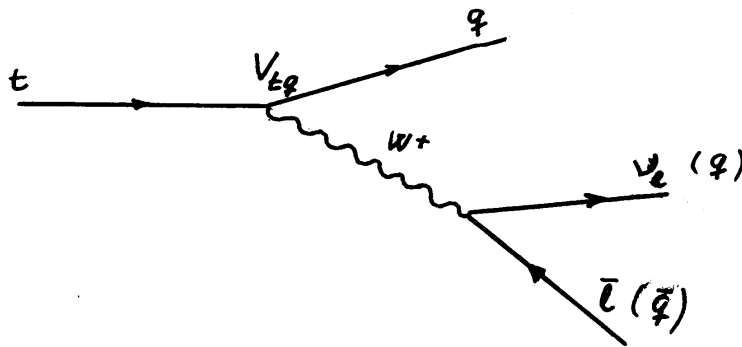


Obr. 2: Produkcia singletného t-kvarku via slabé interakcie: (a) s-kanálový proces ; (b) t-kanálový proces.

1.2 Rozpad t -kvarku

Vzhľadom na to, že hmotnosť t -kvarku ($\approx 175 \text{ GeV}$) je značne väčšia ako hmotnosť W -bozónu ($\approx 80 \text{ GeV}$), t -kvark sa rýchlo rozpadá bez toho, aby hadronizoval.

Pri slabých prechodoch môže t prechádzať na b , s a d kvarky – intenzita prechodu je charakterizovaná elementom V_{tq} ($q=b,c,s$) matice CKM (Obr. 3). Pri 3 pokoleniach častíc rozpad t -kvarku ide výlučne cez kanál $t \rightarrow Wb$ ($V_{tb} \approx 1$).



Obr. 3 : Rozpad t -kvarku, amplitúda rozpadu $t \rightarrow Wq$ je úmerná elementu matice CKM (V_{tq}).

Rozpadová pološírka procesu $t \rightarrow Wb$:

$$\Gamma(t \rightarrow Wb) = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} \left(1 - 3 \frac{M_W^4}{m_t^4} + 2 \frac{M_W^6}{m_t^6} \right) \approx 1.56 \text{ GeV}$$

$$\tau_{top} = \frac{\hbar}{\Gamma(t \rightarrow Wb)} = \frac{6.58 \cdot 10^{-25} \text{ GeV} \cdot \text{s}}{1.58 \text{ GeV}} \approx 4 \cdot 10^{-25} \text{ s}$$

Keďže,

$\tau_{hadr} \approx 10^{-23} \text{ s}$ platí: $\tau_{top} \ll \tau_{hadr}$, teda t -kvark sa rozpadne ešte pred sformovaním hadrónu.

2. O interakciách fundamentálnych fermiónov

Elektromagnetická a slabá interakcia fundamentálnych fermiónov sa podarilo zjednotiť do univerzálnej elektroslabej interakcie.

Elektroslabá interakcie vykazuje lokálnu symetriu (spontánne narušenú) $SU(2)_L \otimes U(1)$.

Dôsledkom tejto symetrie je, že v systéme fundamentálnych fermiónov je elektroslabá interakcia sprostredkovaná :

- Kalibračnými bozónmi $W^{\pm 0}$ s väzbovou konštantou úmernou $T^{\pm 3}$ (generátory $SU(2)_L$, komponenty slabého izospinu)
- Kalibračným bozónom B^0 (nábojový singlet) s väzbovou konštantou úmernou Y (generátor grupy $U(1)$).

Zmiešavaním W^0 a B^0 vznikajú fyzikálne stavy neutrálnych kalibračných bozónov: Z-bozón (Z) a fotón (γ).

Interakcia fundamentálnych fermiónov s kalibračnými bozónmi

Interakčný lagranžian systému fundamentálnych fermiónov:

$$\begin{aligned}
 L_F^{\text{int}} = & \sum_f \bar{f} (i \not{\partial} - m_f) f \quad \text{---} \quad \frac{i}{\not{q} - m_f} \\
 & + J_{em}^\mu A_\mu \quad \gamma \quad \text{---} \quad -i e Q_f \gamma_\mu \\
 & + J_{NC}^\mu Z_\mu \quad Z \quad \text{---} \quad i \frac{e}{2 \sin \theta_W \cos \theta_W} \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma_5) \\
 & + J_{CC}^\mu W_\mu \quad W \quad \text{---} \quad i \frac{e}{2\sqrt{2} \sin \theta_W} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \\
 & + \frac{g_f}{\sqrt{2}} \bar{f} f H \quad \text{---} \quad i \frac{g_f}{\sqrt{2}} = i \frac{e}{2 \sin \theta_W} \frac{m_f}{M_W} \\
 & +
 \end{aligned}$$

Kde

m_f a Q_f sú hmotnosť resp. náboj fermiónu

e – elementárny náboj

$\theta_w \equiv$ uhol zmiešavania slabých interakcií :

$$Z_\mu = \cos \theta_w \cdot W_\mu^3 + \sin \theta_w \cdot B_\mu$$

$$A_\mu = -\sin \theta_w \cdot W_\mu^3 + \cos \theta_w \cdot B_\mu$$

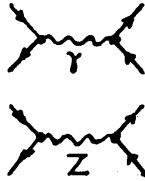
a väzbové konštanty neutrálneho prúdu (v_f a a_f) sú:

$$v_f = I_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_w \quad a_f = I_3^f .$$

3. Nepriame svedectvá existencie t-kvarku

3.1 Predo-zadná asymetria (FB-asymmetry)

Ak uvažujeme proces $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, tak tento proces v dôsledku interferencie medzi vektorovou a axiálne-vektorovou časťou amplitúdy Z-výmeny a interferencie amplitúd s Z-bozónom a fotónom (viď. diagramy na obr. 1) vedie k asymetrii dopredu (F) a nazad (B)



$$e_0^2 \frac{Q_e Q_f}{s} \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu$$

$$\frac{e_0^2}{4s_W^2 c_W^2} \frac{[\gamma_\mu (I_3^e - 2Q_e s_W^2) - I_3^e \gamma_\mu \gamma_5] \otimes [\gamma^\mu (I_3^f - 2Q_f s_W^2) - I_3^f \gamma^\mu \gamma_5]}{s - M_Z^2}$$

produkovaných fermiónov ($f(\bar{f})$):

$$A_{FB}^{(f)} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \quad (3.1)$$

kde σ_F (σ_B) je účinný prierez produkcie fermiónu f dopredu (dozadu).

Pre asymetriu A_{FB} pri hmotnosti Z-bozónu ($s = M_Z^2$), za predpokladu nepolarizovaných zväzkov, zanedbanie γ -výmeny a γ Z-interferencie, platí:

$$A_{FB}^{(f)} = \frac{3}{4} A_e A_f + \quad , \quad A_f = \frac{2g_V^f g_A^f}{(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2} \quad (3.2)$$

kde

$$g_V^f = \sqrt{\rho_f} (I_3^f - 2Q_f s_W^2) \quad g_A^f = \sqrt{\rho_f} I_3^f, \quad f = e, \mu, \tau, s, c, b$$

$s_W = \sin \theta_W$ je uhol elektroslabého zmiešavania, $\rho_f \equiv$ elektroslabé korekcie

Porovnanie experimentálne zmeranej asymetrie pre produkciu $b\bar{b}$ s predpoveďou SM:

	Experiment (MeV)	Štandardný model	
		$I_3^b = -\frac{1}{2}$	$I_3^b = 0$
$A_{FB}^{(b)}(s = M_Z^2)$	0.0984 ± 0.0024	0.1030 ± 0.0009	0.

3.2 Pološírka rozpadu $Z \rightarrow b\bar{b}$

SM pre pološírku rozpadu $Z \rightarrow b\bar{b}$ dáva:

$$\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b}) = \frac{G_F M_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} (g_V^2 + g_A^2) \cdot C_{QCD} = \frac{G_F M_Z^3}{3\sqrt{2}\pi} \left((I_3^b - Q_b s_w^2)^2 + Q_b^2 s_w^4 \right) \cdot C_{QCD} \quad (3.3)$$

kde

$$C_{QCD} = 3 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + 1.409 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} - 12.77 \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} \right) \quad (3.4)$$

predstavuje QCD-korekcie (faktor 3 je farebný faktor).

Porovnanie experimentu s predpoveďami SM:

$\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b})$	Experiment (MeV)	Štandardný model	
		$I_3^b = -\frac{1}{2}$	$I_3^b = 0$
	377.4 ± 2.1	376.0 ± 0.1	24.2 ± 0.1

3.3 Nepítomnosť FCNC (flavor meniace neutrálne prúdy).

Kvarkové stavy uvedené v Tab.1 sú vlastnými stavmi slabého izospinu, no nie sú vlastnými stavmi slabých interakcií. Flavorovými čistými stavmi sú kvarky d' , s' a b' :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Kde V je unitárna matica ($V^\dagger V = \mathbf{1}$) nazývaná CKM matica (Cabibbo, Kobayashi, Maskawa). Nediagonálnosť CKM-matica znamená prítomnosť nabitých slabých prúdov meniacich flavor. Napr. slabé prechody $b \xrightarrow{W} c, u$ a $s \xrightarrow{W} u$ sa uskutočňujú via nabité prúdy s väzbovými konštantami úmernými V_{cb} , V_{ub} a V_{us} .

V prípade, že b -kvark má izospinového (slabý izospin) partnera, tj., že existuje t -kvark, potom v dôsledku unitarity V a univerzality väzby Z k 3 generáciám sa väzbové konštanty slabých neutrálnych prúdov meniacich flavor vyrušia.

$$Z_\mu (\bar{d}' \Gamma^\mu d' + \bar{s}' \Gamma^\mu s' + \bar{b}' \Gamma^\mu b') = Z_\mu (\bar{d} \Gamma^\mu d + \bar{s} \Gamma^\mu s + \bar{b} \Gamma^\mu b) \quad (3.6)$$

Kde

$$\Gamma_{\mu}^f = i \frac{g}{2c_W} \gamma_{\mu} (v_f - a_f \gamma_5) = i \frac{g}{2c_W} \gamma_{\mu} ((1 - \gamma_5) I_3^f - 2Q_f s_W^2) = \Gamma_{\mu}^{(f)I} + \Gamma_{\mu}^{(f)Q} \quad 3.7$$

Vzťah 3.6 platí len v prípade, že $\Gamma_{\mu}^f = \Gamma_{\mu}$ pre $f = d, s, b$. Ak však b je izotopický singlet, teda $\Gamma_{\mu}^{(b)I} = 0$, zatiaľ čo $\Gamma_{\mu}^{(d)I} = \Gamma_{\mu}^{(s)I} \neq 0$. To vedie k tomu, že väzbové konštanty slabých neutrálnych prúdov meniacich flavor pre procesy $Z\bar{b}s, Z\bar{b}d$ sú úmerné $V_{tb}^* V_{ts}, V_{tb}^* V_{td}$, čo znamená, že rýchlosť rozpadov via slabé neutrálne prúdy meniace flavor ako $b \xrightarrow{Z} s, d$, je rovnaká ako v prípade rozpadov $b \xrightarrow{W} c, u$.

Prakticky by to znamenalo, že rozpad $b \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ by mal branching ratio $\geq 1\%$, čo sa nepozoruje ($B_{exp} < 6.8 \cdot 10^{-7}$, CL 90%).

4. Top kvark a precízna elektroslabá fyzika

4.1 Fermiho konštanta a parametre SM

Uvažujme rozpad miónu $\mu^- \rightarrow e^- \tilde{\nu}_e \nu_{\mu}$.

$$i \left(\frac{e}{2\sqrt{2} s_W} \right)^2 \frac{J_{CC}^{(\mu)} \cdot J_{CC}^{(e)}}{q^2 - M_W^2} \longrightarrow i \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{CC}^{(\mu)} \cdot J_{CC}^{(e)}$$

Kde $J_{CC}^{(l)} = \bar{u}_{\nu_l} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) u_l$ je nabitý slabý prúd ($l=e, \mu$).

Dôležitý moment:

charakteristická škála slabých interakcií ($1/M_W$) $\ll$ charakteristická škála μ /rozpadu ($1/m_{\mu}$).

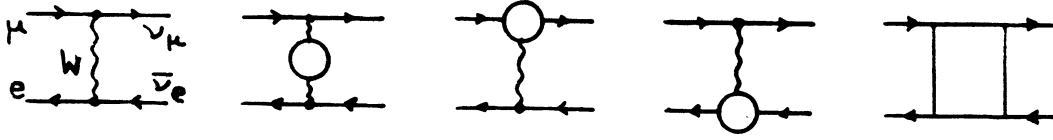
Vzťah medzi Fermiho konštantou a parametrami SM:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8s_W^2 M_W^2} \quad (4.1)$$

Keď zo vzťahu (1) vypočítame M_W – dostaneme: $M_W = 77.6 \text{ GeV}$, zatiaľ čo experimentálna hodnota je $M_W = 80.419 \pm 0.056 \text{ GeV}$.

Dôvod rozdielu: nebrali sme do úvahy korekcie vyšších rádov!

4.2 Korekcie vyšších rádo, Δr a t -kvark



$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e_0^2}{8s_W^2 M_W^2} \left[1 + \frac{\Sigma^W(0)}{M_W^2} + (\text{vertex, box}) \right] \quad (4.2)$$

Kde

e_0, s_W^0, M_W^0 sú holé parametre (náboj, $\sin \theta_W$, hmotnosť Z)

$\Sigma^W(0)$ je vlastná energia W -bozónu.

Po renormalizácii, ktorá spočíva v tom, že vypočítame príspevky vyšších rádo a predefinujeme základné parametre, tj. prejdeme od holých parametrov e_0, s_W^0, M_W^0

k fyzikálne pozorovaným e, s_W, M_W , dostaneme:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8s_W^2 M_W^2} (1 + \Delta r) \quad (4.3)$$

Kde Δr je konečná veličina závislá na e, M_W, M_Z, M_H, m_t predstavujúca výsledok zahrnutia vyšších rádo a dá sa vyjadriť ako

$$\Delta r = \Delta \alpha - \frac{c_W^2}{s_W^2} \Delta \rho + (\Delta r)_{rem} \quad (4.4)$$

kde $\Delta \alpha$ predstavuje korekcie 2. rádu k propagátoru fotónu od ľahkých fermiónov:

$$\Delta \alpha = -\text{Re} \hat{\Pi}^{\gamma}(M_Z^2) = \sum_f Q_f^2 \frac{\alpha}{3\pi} \left(\frac{5}{3} - \log \frac{M_Z^2}{m_f^2} \right) \quad (4.5)$$

$\Delta \rho$ predstavuje korekcie 2. rádu k propagátoru W bozónu :

$$\Delta \rho = N_C \frac{\alpha}{16\pi s_W^2 c_W^2} \frac{m_t^2}{M_Z^2} \quad (4.6)$$

($N_C=3$ je počet farieb).

$(\Delta r)_{rem}$ predstavuje všetky ostatné korekcie vrátane logaritmickéj závislosti od hmotnosti t -kvarku a Higgsovho bozónu:

$$(\Delta r)_{rem}^{top} = \frac{\alpha}{4\pi s_W^2} \left(\frac{c_W^2}{s_W^2} - \frac{1}{3} \right) \log \frac{m_t}{M_Z} + \quad (\Delta r)_{rem}^{Higgs} = \frac{\alpha}{16\pi s_W^2} \frac{11}{3} \left(\log \frac{M_H^2}{M_W^2} - \frac{5}{6} \right) \quad (4.7)$$

Vzťah 4.4 je možné použiť na určenie hmotnosti t-kvarku - $\Delta\alpha = 0.0602 \pm 0.0009$, typická hodnota $(\Delta r)_{rem} \approx 0.01$. Výpočty dávajú:

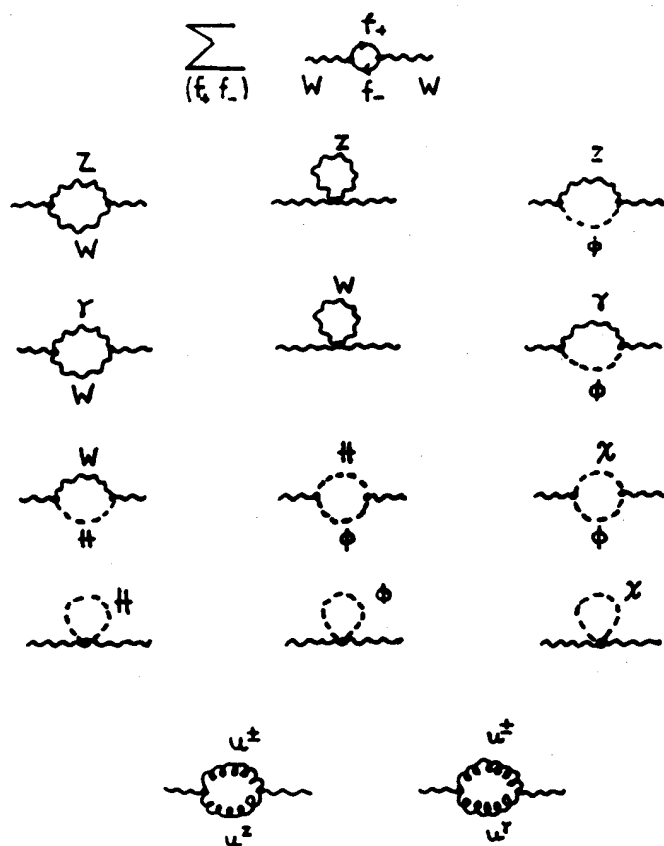
$$m_t = 168.2^{+9.6}_{-7.4} \text{ GeV}$$

Poznámka 1. Vzťahy 4.7 umožňujú urobiť aj ohraňenie na hmotnosť Higgsového bozónu.

Poznámka 2. Efekty vyšších (všetkých) rádov poruchovej teórie je možné získať zámenou:

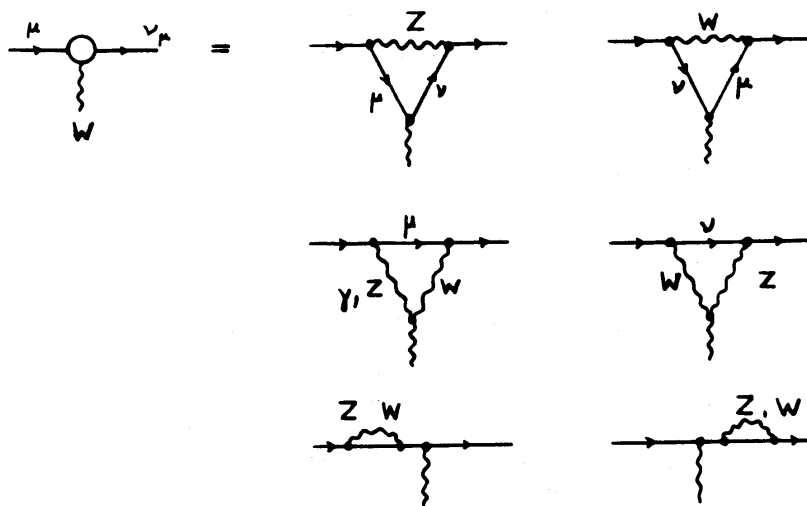
$$1 + \Delta r \rightarrow \frac{1}{1 - \Delta r}$$

Dodatok1: Vlastná energia W-bozónu

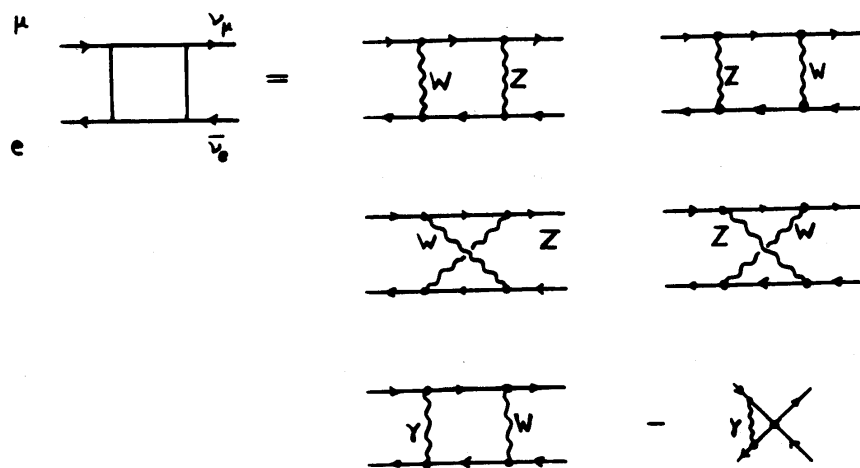


Dodatok 2: Vertexové korekcie a korekcie typu „box“.

Vertexové korekcie



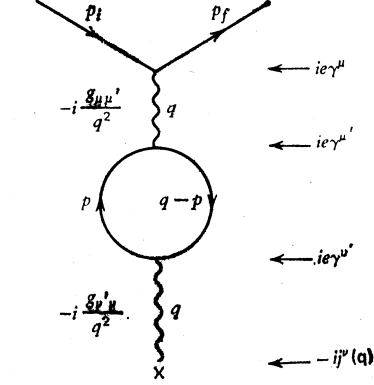
Korekcie typu box



Doplnok 3: Vlastná energia fotónu

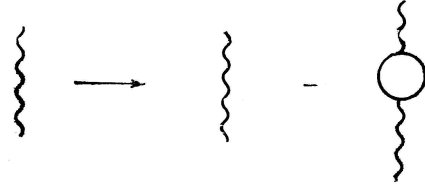
Uvažujme Rutherfordovský rozptyl elektrónu a k amplitúde 1.rádu, $M^{(1)} (\sim e^2)$ dodajme aj amplitúdu obsahujúcu fluktuácie virtuálneho fotónu na pár $e^+ e^-$ (viď. Obr.1).

Obr. 1: Rutherfordovský rozptyl v 2. priblížení - fluktuácie virtuálneho fotónu na pár $e^+ e^-$.



Dodanie amplitúdy $M^{(2)} (\sim e^4)$ k amplitúde $M^{(1)} (\sim e^2)$ je ekvivalentné nasledovnej modifikácii propagátora:

Obr. 2: Modifikácia propagátora umožňujúca zahrnúť efekt virtuálnych párov do amplitúdy rozptylu



$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} + \frac{-ig_{\mu\rho}}{q^2} \cdot \Sigma_{(\gamma)}^{\rho\sigma}(q^2) \cdot \frac{-ig_{\sigma\nu}}{q^2}$$

Vlastná energia fotónu:

$$\begin{aligned} -i\Sigma_{(\gamma)}^{\rho\sigma} &= -e^2 \int d^4 p \left[(\gamma^\rho)_{\alpha\beta} \cdot \frac{(\hat{p} + m)_{\beta\delta}}{p^2 - m^2} \cdot (\gamma^\sigma)_{\delta\lambda} \cdot \frac{(\hat{q} - \hat{p} + m)_{\lambda\alpha}}{(q - p)^2 - m^2} \right] \\ &= -e^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Sp} \left[\frac{\gamma^\rho (\hat{p} + m)}{p^2 - m^2} \cdot \frac{\gamma^\sigma (\hat{q} - \hat{p} + m)}{(q - p)^2 - m^2} \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Kde $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$, $m \equiv$ hmotnosť fermiónu (elektrónu)

Problém: veličina $\Sigma_{\mu\nu}^{(\gamma)}(q^2)$ diverguje pri $p \rightarrow \infty$.

Výpočet integrálu $\Sigma_{\mu\nu}^{(\gamma)}(q^2)$:

$$\Sigma_{\mu\nu}^{(\gamma)}(q^2) = g_{\mu\nu} \cdot \Sigma(q^2) + \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{členy} \sim q_\mu q_\nu} \quad (2)$$

Kde

$$\Sigma(q^2) = \underbrace{\frac{\alpha}{3\pi} \int_{m^2}^{\infty} \frac{dp^2}{p^2}}_{\text{logaritmicke diverguje}} - \underbrace{\frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dz \cdot z(1-z) \ln \left(1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2} \right)}_{\text{konečon časť}} \quad (3)$$

Kde m je hmotnosť elektrónu. Členy úmerné $q_\mu q_\nu$ dávajú nulový vklad do amplitúdy po presumovaní. Budeme najprv regularizovať logaritmicke divergujúcu časť $\Sigma(q^2)$, tj. v $\Sigma(q^2)$ urobíme zámenu:

$$\infty \rightarrow M^2$$

Poznámka. Regularizácia predstavuje ohraničenie hybnosti „cirkulujúcej“ v slučke zhora. Toto ohraničenie znamená podľa Heisenbergovho princípu neurčitosti diskretnosť priestoru na úrovni $1/M$. Ak za hranicu M si zvolíme Planckovu hmotnosť

($M_P = \sqrt{\hbar c / G} = 1.22 \cdot 10^{19} \text{ GeV} / c^2$), potom diskretnosť priestoru je reprezentovaná minimálnou dĺžkou $l_P = \hbar / (M_P c) \approx 1.6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$.

Efekty e^+e^- –slučiek pri malých prenesených hybnostiach

Pri malých $(-q^2)$ platí:

$$\ln \left(1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2} \right) \approx - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2} \quad (4)$$

V tomto prípade pre $\Sigma(q^2)$ dostávame:

$$\Sigma^{(\gamma)}(q^2) \approx \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{M^2}{m^2} + \frac{\alpha}{15\pi} \ln \left(\frac{-q^2}{m^2} \right) \quad (5)$$

Efekty e^+e^- –slučiek pri veľkých prenesených hybnostiach

Pri veľkých $(-q^2)$ platí:

$$\ln \left(1 - \frac{q^2 z(1-z)}{m^2} \right) \approx \ln \left(\frac{-q^2}{m^2} \right) \quad (6)$$

a

$$\Sigma^{(\gamma)}(q^2) \approx \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{M^2}{m^2} \right) - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{-q^2}{m^2} \right) = \frac{\alpha}{3\pi} \ln \left(\frac{M^2}{-q^2} \right) \quad (7)$$

Amplitúda rutherfordovského rozptylu pri malých pren esených hybnostiach

Ak do vzťahu (2) za $\Sigma(q^2)$ dosadíme výraz (5) a v amplitúde $M^{(1)}$ takto zameníme propagátor podľa schémy na obr.2, pre amplitúdu rozptylu v 2. Priblížení dostaneme:

$$-iM = ie\bar{u}_f \gamma^\mu u_i \cdot \left(\frac{-i}{q^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \left(\frac{M^2}{m^2} \right) - \frac{e^2}{60\pi^2} \frac{q^2}{m^2} + O(e^4) \right) (-iZe) \quad (8)$$

Ak zavedieme redukovaný náboj

$$e_R = e \left(1 - \frac{e^2}{12\pi^2} \ln \left(\frac{M^2}{m^2} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

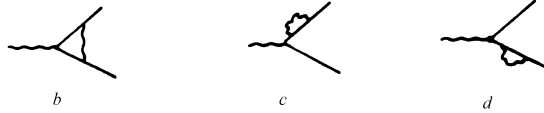
tak s presnosťou $O(e^4)$ pre $(-iM)$ dostávame:

$$-iM = ie_R \bar{u}_f \gamma^\mu u_i \cdot \left(\frac{-i}{q^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{e_R^2}{60\pi^2} \frac{q^2}{m^2} \right) (-iZe_R) \quad (10)$$

Predpokladajme, že to čo sa meria v experimente je redukovaný náboj e_R , potom amplitúda M je v 2. priblížení konečná.

Wardova identita.

Úplný výpočet amplitúdy si žiada zahrnúť do e_R (v priblížení e^4) aj nekonečné časti slučiek:



Je jasné, že diagram že diagram

Nezávisí od typu rozptyľovanej

častice.

Avšak v prípade diagramov (b), (c) a (d) je rozptyľovaná častica časťou slučiek. Keďže tieto slučky dávajú vklad do korekcie náboja, existuje hrozba, že náboj môže závisieť od typu častice – napr. náboj (e^-) $\neq$ náboj (μ). Experimentálne sa závislosť náboja od typu častice nepozoruje. Výpočtom diagramov (b), (c) a (d) je možné ukázať, že Wardova identita:

$$\text{Diagram b} + \frac{1}{2} \text{Diagram c} + \frac{1}{2} \text{Diagram d} = 0 \quad (11)$$

R

Teda modifikácia náboja sa uskutočňuje len v dôsledku polarizácie vákua (diagram a).

O divergenciách v QED.

Zhrnutie e^-Z -rozptylu v druhom priblížení:

1. diagram 4a modifikuje propagátor fotónu na:

$$iD_{\mu\nu}(q^2) = \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} + \frac{-ig_{\mu\alpha}}{q^2} \cdot i\Gamma^{\alpha\beta}(q^2) \cdot \frac{-ig_{\beta\nu}}{q^2} \quad (12)$$

- Vlastná energia fotónu $I^{\alpha\beta}(q^2)$ diverguje logaritmický.
- Problém divergencie sme vzriešili tak, že sme $I^{\alpha\beta}(q^2)$ najprv regularizovali:

$$\int_0^\infty dp \rightarrow \int_0^M dp \quad \text{a potom sme renormalizovali náboj, t.j. urobili}$$

$$\text{zámenu: } e \rightarrow e_R = e \left(1 - \frac{\alpha}{3\pi} \ln \frac{M^2}{m^2} \right)^{1/2} \quad \text{a } e_R \text{ sme prehlásili za náboj pozorovaný}$$

v experimente.

- Pracujúc s e_R sme ukázali, že efekt virtuálnych párov e^-e^+ modifikuje potenciál medzi e^- a Z a fyzikálnym prejavom týchto virtuálnych párov v atóme vodíka je Lambov posuv.

2. Diagram 4b modifikuje štruktúru elektrónového toku ($-e\bar{u}_f \gamma^\mu u_i$):

$$\gamma^\mu \rightarrow \Gamma^\mu = \gamma^\mu + \Lambda^\mu \quad \text{čo pre malé } q^2 \text{ vedie k:}$$

$$-e\bar{u}_f \left\{ \underbrace{\gamma^\mu [1 + \dots]}_{\text{modifikuje náboj}} - \underbrace{\left[\frac{\alpha}{3\pi} \frac{q^2}{m^2} \frac{i\sigma_{\mu\nu}}{2m} q^\nu \right]}_{\text{vedie k anomálnemu mag. momentu}} \right\} u_i \quad (13)$$

Vo všeobecnosti 2. rád poruchovej teórie vedie k nasledovným divergentným diagramom:

- 1) Vlastná energia fotónu (polarizácia vákua):

$$\Sigma^{\mu\nu}(q^2) = -(ie)^2 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \text{Sp} \left[\gamma^\mu \cdot \frac{i(\hat{p} + m)}{p^2 - m^2} \cdot \gamma^\nu \cdot \frac{i(\hat{q} - \hat{p} + m)}{(q - p)^2 - m^2} \right] \quad (14)$$

- 2) Vlastná energia elektrónu:

$$i\Sigma_{(e)}(p^2) = -(ie)^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \gamma^\mu \cdot \frac{i(\hat{p} - \hat{k} + m)}{(p - k)^2 - m^2} \cdot \gamma^\nu \cdot \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \quad (15)$$

- 3) Vertexová korekcia:

$$ie\Lambda^\mu(p,q,p+q) = (ie)^3 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig_{\rho\sigma}}{(k+p)^2} \right) \left[\gamma^\rho \cdot \frac{i(\hat{p} - \hat{k} + m)}{(p-q)^2 - m^2} \cdot \gamma^\mu \cdot \frac{i(\hat{k} + m)}{k^2 - m^2} \gamma^\sigma \right] \quad (16)$$

Uvedené integrály obsahujú divergencie, ktoré sa odstraňujú procedúrou renormalizácie.

Ukázali sme si to v prípade náboja. Úplné odstránenie divergencií v QED si vyžaduje renormalizovať aj hmotnosť a vlnovú funkciu častice.