

Slabé interakcie kvarkov.

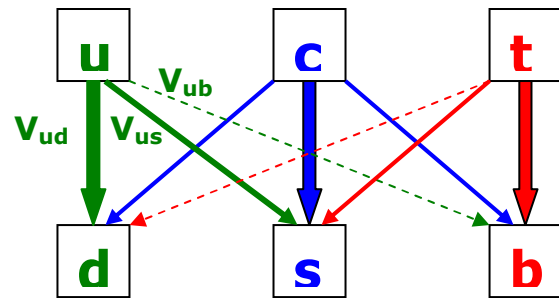
Kvarkové stavy sú vlastnými stavmi slabého izospinu (teda aj silných interakcií – lebo slabý izospin sa zachováva v silných interakciách), no nie sú vlastnými stavmi slabých interakcií.

Flavorovými čistými stavmi (berieme do úvahy všetky interakcie včítane slabých) sú kvarky d', s' a b' :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ \lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (6.3.20)$$

Kde V je unitárna matica ($V^\dagger V = 1$) nazývaná **CKM matica** (Cabibbo, Kobayashi, Maskawa), ktorá má 4 voľné parametre.

Prechody medzi hornými a dolnými kvarkami sú ukázané na obr.1. Prechody medzi kvarkami rôznych pokolení zodpovedajú nediagonálnym elementom matice CKM. V prípade leptónov sú možné len prechody v rámci jedného pokolenia, teda leptónový analog CKM je diagonálny.



Poznámka. Prečo 4 parametre?

Unitárna matica 3×3 má 9 voľných parametrov (3 reálne parametre + 6 fáz). Matica CKM

vystupuje v interakčných výrazoch: $\sum_{j,k} \bar{u}_j \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{jk} d_k \cdot W_\mu^+ \quad (*)$

Kvarkové polia môžeme refazovať: $u_j \rightarrow e^{i\varphi_j} u_j$, $d_j \rightarrow e^{i\chi_j} d_j \Rightarrow V_{jk} \rightarrow e^{i(\chi_k - \varphi_j)} V_{jk}$, lebo fáza kvarkových polí nie je pozorovateľná. Avšak 1 globálna fáza nemení V , t.j. len 5 kvarkových fáz môžeme použiť na elimináciu voľných fáz v CKM-matici. Ak si označíme: $\varphi_1 = \omega$, $\varphi_j = \omega + \tilde{\varphi}_j$, $\chi_k = \omega + \tilde{\chi}_k$, potom vo (*) evidentne nebude závisieť od ω , lebo fázový rozdiel $\chi_j - \varphi_k$ nezávisí od ω .

Nediagonálnosť CKM-maticy znamená **prítomnosť nabitých slabých prúdov meniacich flavor**. Napr. slabé prechody $b \xrightarrow{W^-} c$, u a $s \xrightarrow{W^-} u$ sa uskutočňujú via nabité prúdy s väzbovými konštantami úmernými V_{cb} , V_{ub} a V_{us} .

Experimentálny status CKM-maticy. Elementy matice CKM sa experimentálne určujú prostredníctvom celého radu procesov. Experimentálny status CKM-maticy je zosumarizovaný v Table 1.

element CKM	hodnota	zdroj
$ V_{ud} $	0.97377 ± 0.00027	Nukleárny beta-rozpad
$ V_{us} $	0.2257 ± 0.0021	Kaónový semileptónový rozpad ($K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$)
$ V_{cd} $	0.2300 ± 0.0110	Semileptónový šarmované rozpady ($D \rightarrow \pi l \nu$, $K l \nu$)
$ V_{cs} $	0.9570 ± 0.0170	Neutrínový rozptyl
$ V_{cb} $	0.0416 ± 0.0006	semileptónový rozpad B na D
$ V_{ub} $	0.00431 ± 0.0003	semileptónový rozpad ($B \rightarrow X_u l \nu$)
$ V_{td} $	0.00740 ± 0.0008	B_0 oscilácie
$ V_{ts} $	0.00740 ± 0.0008	B_{0S} oscilácie
$ V_{tb} $	> 0.78	Z brančingu $B(t \rightarrow Wb)/ B(t \rightarrow Wq)$

Tab.1: Experimentálny status matice CKM.

Symetria elektroslabých interakcií. Z hľadiska elektroslabých interakcií (grupa kalibračných transformácií $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$) „ľavé“ kvarky vytvárajú izodublety a „pravé“ kvarky izosinglety:

$$T = \frac{1}{2}: \quad \Psi_1 = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_2 = \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L, \quad \Psi_3 = \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L \quad T = 0: \quad u_R, d_R \dots \quad (6.3.21)$$

Pre interakciu kvarkov platí tá istá schéma ako pre leptóny. A si označíme:

$$U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (6.3.22)$$

Ďalej budeme predpokladať, že slabé neutrálne prúdy **nemedia flavour** – narozdiel od slabých nabitých prúdov. Potom pre interakciu kvarkových polí s kalibračnými bozónmi dostávame v ($L_{EW}^{(e\nu)}$ zmeníme: $\nu \rightarrow U$ a $e \rightarrow V_{CKM} D$):

$$\begin{aligned}
L_{EW}^{(q)} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{U} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{CKM} D \cdot W_\mu^+ + h.c. \\
& -\frac{g}{2c_W} \left(\bar{U} \gamma^\mu \frac{1}{2} (v_u - a_u \gamma^5) U \cdot Z_\mu - \bar{D} \gamma^\mu \frac{1}{2} (v_d - a_d \gamma^5) D \cdot Z_\mu \right) \\
& + e \left(Q_u \bar{U} \gamma^\mu U \cdot A_\mu + Q_d \bar{D} \gamma^\mu D \cdot A_\mu \right)
\end{aligned} \tag{6.3.23}$$

kde

$$\begin{aligned}
v_u &= T_3^u - 2Q_u s_W^2, & a_u &= T_3^u, & v_d &= T_3^d - 2Q_d s_W^2, & a_d &= T_3^d \\
T_3^u &= +\frac{1}{2}, & T_3^d &= -\frac{1}{2}, & Q_u &= +\frac{2}{3}, & Q_d &= -\frac{1}{3}
\end{aligned}$$

Lagranžian (23) popisuje elektroslabú interakciu kvarkov (3 pokolení).

Elektroslabé vertexy

Vo všeobecnosti elektroslabá interakcia má nasledovnú štruktúru:

$$C_\mu \cdot \bar{\psi} \Gamma^\mu \psi \tag{6.3.24}$$

kde C_μ je kalibračné pole ($\gamma, W^\pm, Z$) a Γ^μ je vertex v príslušnom prúde

Tab.2: Vertexy vystupujúce vo Feynmanovych diagramov elektroslabých procesov.

	$-ie\gamma^\mu \quad (l = e, \mu, \tau)$
	$i\frac{g}{4c_W} \gamma^\mu (1 - 4s_W^2 - \gamma^5) \quad (l = e, \mu, \tau)$
	$-i\frac{g}{4c_W} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad (\nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$
	$-i\frac{g}{2\sqrt{2}} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad \begin{pmatrix} l \\ \nu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e, \mu, \tau \\ \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \end{pmatrix}$
	$iQ_q e \gamma^\mu \quad \left(Q_q = \begin{cases} +\frac{2}{3} & q = u, c, t \\ -\frac{1}{3} & q = d, s, b \end{cases} \right)$
	$-i\frac{g}{2c_W} \gamma^\mu (T_3^q - 2Q_q s_W^2 - T_3^q \gamma^5) \quad \left(T_3^q = \begin{cases} +\frac{1}{2} & q = u, c, t \\ -\frac{1}{2} & q = d, s, b \end{cases} \right)$

	$-i \frac{g}{2\sqrt{2}} V_{q_u q_d} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad \begin{pmatrix} q_u = u, c, d \\ q_d = d, s, b \end{pmatrix}$
	$-i \frac{g}{2\sqrt{2}} V_{q_u q_d}^* \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \quad \begin{pmatrix} q_u = u, c, d \\ q_d = d, s, b \end{pmatrix}$

Pre elektroslabú (EW) interakciu platia tie isté pravidlá ako v prípade QED avšak množina vertexov je oveľa bohatšia (viď. Tab.2).

Dodatok k EW-interakcii

Doteraz sme v prípade EW-interakcii pracovali s nasledujúcim lagranžiánom:

$$L = L_0 + L_{EW}^{(l)} + L_{EW}^{(q)} \quad (6.3.25)$$

kde L_0 je lagranžián voľných polí (viď.(4)).

$L_{EW}^{(l)}$ popisuje interakciu leptónov s kalibračnými bozónmi,

$L_{EW}^{(q)}$ popisuje interakciu kvarkov s kalibračnými bozónmi.

Lagranžián (25) nie je úplným lagranžiánom EW –interakcií. Do úplného lagranžiánu je treba ešte dodať lagranžián **voľných kalibračných polí L_B** a lagranžián , ktorý by zabezpečil nenulovú hmotnosť poliam W , Z a taktiež fundamentálnym fermiónom. Ukazuje sa , že je to možné: do systému je treba dodať lagranžián odpovedajúci **Higsovmu polu** a lagranžián odpovedajúci **interakcii Higsovho pol'a a fundamentálnych častíc**.

Úplný voľný lagranžián:

$$L_0^{tot} = L_0 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{4} E_a^{\mu\nu} E_{\mu\nu}^a \quad (6.3.26)$$

kde $F^{\mu\nu}$ je tenzor elektromagnetického pol'a a

$$E_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c \quad (6.3.27)$$

je tenzor slabého pol'a W_μ^a , $a = 1,2,3$, ktoré je pol'om W a Z bozónov.

Poznámka. Náš fyzikálny systém, ktorého lagranžián vykazuje lokálnu $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ symetriu, obsahuje fundamentálne fermióny (leptóny a kvarky) - pritom ľavé komponenty fermiónových polí vytvárajú $SU(2)_L$ dublety, ich pravé komponenty sú $SU(2)_L$ singletmi. Ďalej systém obsahuje 4 vektorové bozóny s nulovou hmotnosťou ($W^{\pm,0}$, γ). Vektorové bozóny interagujú s fundamentálnymi fermiónmi – môžu byť nimi vyžiarované alebo

pohlcované, pritom nabité vektorové bozóny interagujú len s ľavými fermiónmi. Fundamentálne fermióny môžu ale nemusia mať nulovú hmotnosť.

Spontanné narušenie symetrie. Higgsove pole.

Zavedieme do nášho systému ešte jedno pole. Je to skalárne ($S=0$) izodubletné ($T=1/2$) pole so slabým hypernábojom $Y=1$ a s nelineárnou samointerakciou:

$$L_H = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(|\phi|), \quad V(|\phi|) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (6.3.28)$$

Invariantnosť L_H voči lokálnej $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ sa dá zabezpečiť ako predtým zámenou:

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu^a t_a + ig' B_\mu,$$

ktorá vedie k lokálne invariantnému lagranžiánu:

$$L_{EW}^{(H)} = D_\mu \phi^\dagger D^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (6.3.29)$$

Pritom kovariantná derivácia $D_\mu \phi$ obsahuje interakciu Higgsovho poľa s kalibračnými poľami.

Ak v Higgsovom potenciáli $\mu^2 < 0$, potom minimum potenciálu (jedno z mnohých) je:

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \eta \end{pmatrix} \quad \eta^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \quad (6.3.30)$$

Poznámka. Z podmienky minima potenciálu $V(|\phi|)$ dostávame:

$$\left. \frac{dV(|\phi|)}{d|\phi|} \right|_{|\phi|=|\phi_0|} = 2\mu^2 |\phi_0| + 4\lambda |\phi_0|^3 = 0 \Rightarrow |\phi_0| = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}}, \text{ kde } \phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_0^1 + i\phi_0^2 \\ \phi_0^3 + i\phi_0^4 \end{pmatrix},$$

Avšak v dôsledku invariantnosti L_H a teda aj $V(|\phi|)$ voči lokálnej $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ grupe môžeme urobiť zámenu: $\phi_0 \rightarrow \exp(ig\varepsilon_a t_a + ig'\alpha 1)\phi_0$ a vybrať parametre α a ε_a tak, aby všetky komponenty boli rovné 0 až na $\phi_0^3 (= \eta/\sqrt{2})$.

Teda Higgsove pole má nenulovú vákuovú strednú hodnotu. Vákuum je **Higgsov kondenzát**. Ak Higgsove pole existuje a jeho vákuová stredná hodnota je daná výrazom (6.3.30), potom pre reálne (fyzikálne pozorovateľné) Higgsove pole dostávame:

$$\phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ (\eta + \sigma(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (6.3.31)$$

V dôsledku toho, že Higgsove pole má nenulovú **vákuovú hodnotu ($\eta \neq 0$), interakcia Higgsovho poľa s kalibračnými bozónmi** vedie k tomu, že **W a Z bozóny nadobúdajú hmotnosť**, čo sa prejaví nasledovne (rozpísali sme (6.3.29)):

$$L_{EW}^{(H)} = \dots \frac{g^2 \eta^2}{4} \left[(W_\mu^+)^+ W^{+\mu} + (W_\mu^-)^+ W^{-\mu} \right] + \frac{g^2 \eta^2}{4c_W} Z_\mu Z^\mu + \dots \quad (6.3.32)$$

Teda

$$M_W = \frac{g^2 \eta^2}{4} \quad M_Z = \frac{g^2 \eta^2}{4c_W} \quad (6.3.33)$$

Poznámka1. Higgsove pole 4.3.31 je neutrálne, lebo $Y = 1$, $T_3 = -1/2$ a $Q = T_3 + Y/2$.

Poznámka2. Hoci lagranžián systému (včítane Higgsovej časti) je $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ invariantný, vákuum (6.3.30) však invariantné nie je! Takýto jav sa nazýva **spontanným narušením symetrie**. Vďaka jemu získavajú 3 z vektorových bozónov hmotnosť. Fotón má naďalej nulovú hmotnosť - súvisí to s tým, že vákuum ϕ_0 je invariantné voči $U(1)_Q$ (pre ϕ_0 :

$$Q = T_3 + Y/2 = 0 \rightarrow \exp(i\alpha(x)Q) = 1).$$

Väzba leptónov a kvarkov s Higgovým polom.

Interakcia fermiónových polí s Higgovým polom dáva fermiónom nenulovú hmotnosť.

Fermióny (napr. elektrón) interagujú s Higgovým polom prostredníctvom tzv. **Yukawovej väzby**:

$$L_S^{(f)} = g_f \left\{ (\bar{\nu}_f, \bar{f})_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} f_R + \bar{f}_R (\phi^-, \bar{\phi}^0) \begin{pmatrix} \nu_f \\ f \end{pmatrix}_L \right\} \quad (6.3.34)$$

Ak dosadíme za ϕ výraz (31) a predpokladajme, že $f = e$ dostaneme:

$$L_S^{(e)} = \frac{1}{\sqrt{2}} g_e \eta (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) + \frac{1}{\sqrt{2}} g_e (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) \sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} g_e \eta \bar{e} e + \frac{1}{\sqrt{2}} g_e \bar{e} e \sigma \quad (6.3.35)$$

teda hmotnosť elektrónu je $m_e = g_e \eta / \sqrt{2}$. Vidíme, že elektrón dostáva hmotnosť vďaka **nenulovej vákuovej hodnote Higgsovho pol'a**. Analogicky je možné zaviesť Yukawovu interakciu pre ostatné leptóny a pre kvarky.

Poznámka. Všimnime si, že lagranžián (34) je $SU(2)$ skalár.

Yukawovu interakciu pre kvarky. Oproti leptónovému prípadu musíme dodať aj člen, ktorý dá hmotnosť aj hornému kvarku. Dá sa to urobiť tak, že kvarkový dublet a singlet necháme interagovať s novým higgsovským dubletom:

$$\phi_c = -i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{symmetry breaking}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \eta + \sigma(x) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.3.36)$$

Príslušná časť lagranžiánu (berieme do úvahy len u a d kvarky) má nasledovnú štruktúru:

$$\begin{aligned}
L_S^{(q)} &= g_d (\bar{u}, \bar{d})_L \underbrace{\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}}_{\phi} d_R + g_u (\bar{u}, \bar{d})_L \underbrace{\begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix}}_{\phi_c} u_R + h.z. = \\
&= -\frac{1}{\sqrt{2}} (g_d \eta \cdot d \bar{d} + g_u \eta \cdot u \bar{u} + g_d \bar{d} d \sigma + g_u \bar{u} u \sigma) \\
&= -m_d d \bar{d} - m_u u \bar{u} - \underbrace{\frac{m_d}{\eta} \bar{d} d \sigma - \frac{m_u}{\eta} \bar{u} u \sigma}_{\text{interakcia Higgsovho poľa s } u \text{ a } d \text{ kvarkami}}
\end{aligned} \tag{6.3.37}$$

ϕ_c je nábojovo-združený izospinor k ϕ a $m_{d(u)} = g_{d(u)} \eta / \sqrt{2}$.

Korektnejší postup predpokladá, že partnerom u -kvarku v dublete je d' -kvark ($= V_{ud} d + V_{us} s + V_{ub} b$) a nie d -kvark. V takomto prípade musíme brať do úvahy všetky 3 pokolenia kvarkov, teda zodpovedajúca časť lagranžiánu

$$L_S^{(q)} = g_d^{ij} (\bar{u}_i, \bar{d}'_i)_L \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} d_{jR} + g_u^{ij} (\bar{u}_i, \bar{d}'_i)_L \begin{pmatrix} -\bar{\phi}^0 \\ \phi^- \end{pmatrix} u_{jR} + h.z. \tag{6.3.38}$$

Kde $d'_i = V_{ij} d_j$, $(d_1, d_2, d_3) = (d, s, b)$, $(u_1, u_2, u_3) = (u, c, t)$. Je možné ukázať, že takýto prístup vedie (po diagonalizácii) k

$$L_S^{(q)} = -m_d^i d_i \bar{d}_i - m_u^i u_i \bar{u}_i - \frac{m_d^i}{\eta} \bar{d}_i d_i \sigma - \frac{m_u^i}{\eta} \bar{u}_i u_i \sigma \tag{6.3.39}$$

Poznámka. Vákuum ϕ_0 nie je invariantné ani voči $SU(2)_L \{ \exp(i \epsilon_a t^a) \}$ ani voči $U(1)_Y$

$\left\{ \exp\left(i \frac{Y}{2} \alpha\right) \right\}$ je však invariantné voči $U(1)_Q$ ($Q \phi_0 \rightarrow e^{i \alpha(x) Q} = 1$).

Pri spontánnom narušení symetrie dochádza k redukcii symetrie:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{S.N.S} U(1)_Q$$

Z pôvodných 4 stupňov voľnosti zostáva len 1 stupeň. To má za následok:

$\Rightarrow$ hmotnosť fotónu $m_\gamma = 0$, zatiaľčo $M_{W^\pm} \neq 0$ a $M_Z \neq 0$.

O propagátoroch intermediálnych bozónov.

Propagátory popisujú šírenie virtuálnych častíc. Propagátor fotónu už poznáme:

$$A_\mu \square A^\mu \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2}$$

Je to výsledok riešenia Maxwellovej rovnice (MR):

$$\square A^\mu(x) = j^\mu(x) \Rightarrow A^\mu(x) = -\frac{g^{\mu\nu}}{q^2} j_\nu(x)$$

MR je pritom Lagrangeovou rovnicou, ktorú získame z lagranžiánu *EW*-interakcií. Stačí zobrať tú časť lagranžiánu, ktorá obsahuje :

$$-e J_\mu A^\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

a napísať Lagrangeovu rovnicu pre A^ν . Je treba si všimnúť, že **propagátor je inverzným operátorom k operátoru pohybovej rovnice v *p*-reprezentácii.**

Analogicky získame aj pohybovú rovnicu pre *W* a *Z* bozóny a im zodpovedajúce propagátory (viď. Tab. 3):

Tab.3: Propagátory *W* a *Z* bozónov a im zodpovedajúce časti lagranžiánu.

ΔL	propagátor
$+ W_\mu^- (\square + M_W^2) W^{+\mu}$	 $\frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2 - M_W^2}$
$+ Z_\mu (\square + M_Z^2) Z^\mu$	 $\frac{-i g_{\mu\nu}}{q^2 - M_Z^2}$