

Top kvark II

(S. Tokár, 16. 11. 2001|

Základné vlastnosti

Základné konštituenty látky

leptóny	Q	T ₃	Kvarky	Q	T ₃
$\nu_e \ \nu_\mu \ \nu_\tau$	0	1/2	u c t	2/3	1/2
e μ τ	-1	-1/2	d s b	-1/3	-1/2

Tab.1: Fundamentálne fermióny, $Q \equiv$ elektrický náboj v [e], $T_3 \equiv$ slabý izospin.

Hmotnosť t-kvarku: $m_{top} = 174.3 \pm 5.1 \text{ GeV}/c^2$

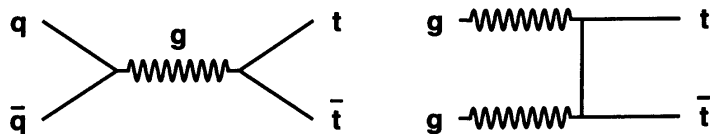
Objavený - kedy : 1995

Kde : Fermilab

1.1 Produkcia top kvarku

Základné mechanizmy produkcie t-kvark (v $p \bar{p}$ (pp)-zrážkach) sú (viď. Obr.1):

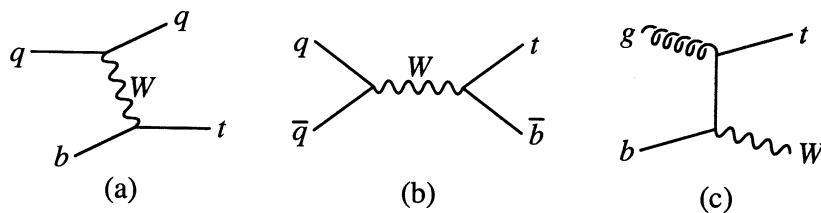
- Kvark-anitikvarková anihilácia
- Gluónová fúzia.



Obr. 1: Dominantné produkčné mechanizmy pre t-kvark.

Dominantné produkčné mechanizmy sú sprostredkované **silnými interakciami** a kvarky sú produkované v pároch ($t\bar{t}$).

Produkcia **singletného t-kvarku** sa uskutočňuje prostredníctvom **slabých interakcií** (Obr.2).



Obr. 2: Produkcia singletného t-kvarku via slabé interakcie: (a) t-kanálový proces ; (b) s-kanálový proces; (c) asociovaná produkcia t-kvarku.

Existujú 3 základé procesy single top produkcie:

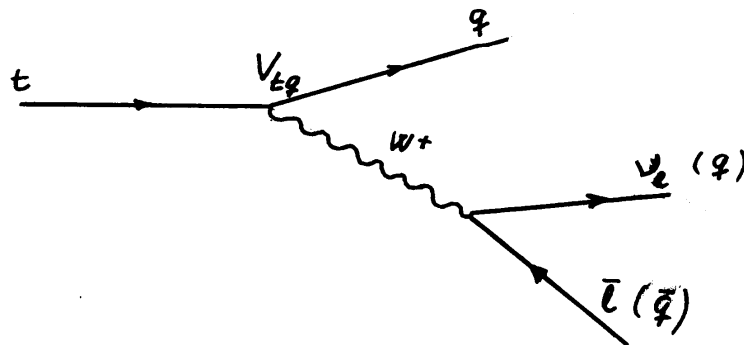
- t -kanálový proces: realizuje sa pomocou priestoru-podobného W bozónu ($q^2 < 0$). Virtuálny W bozón je pohltý b -kvarkom z protónového mora a mení ho na t -kvark.
- s -kanálový proces: času-podobný virtuálny W -bozón (s virtualitou $q^2 > (m_t + m_b)^2$) vzniká anihiláciou kvarkového páru;
- asociovaná produkcia: single top kvark je produkovaný spolu s reálnym W -bozónom. Jedným z počiatočných partónov je b -kvark z protónového mora.

1.2 Rozpad t -kvarku

Top-kvark sa rýchlo rozpadá bez hadronizácie ($m_{top}(\approx 175 \text{ GeV}) \gg M_W (\approx 80 \text{ GeV})$).

Pri slabých prechodoch môže t prechádzať na b , s a d kvarky – intenzita prechodu je charakterizovaná elementom V_{tq} ($q=b,c,s$) matice CKM (Obr. 3).

Prakticky: rozpad t -kvarku ide výlučne cez kanál $t \rightarrow Wb$ ($V_{tb} \approx 1$).



Obr. 3 : Rozpad t -kvarku, amplitúda rozpadu $t \rightarrow Wq$ je úmerná elementu matice CKM (V_{tq}).

Rozpadová pološírka procesu $t \rightarrow Wb$:

$$\Gamma(t \rightarrow Wb) = \frac{G_F m_t^3}{8\pi\sqrt{2}} \left(1 - 3 \frac{M_W^4}{m_t^4} + 2 \frac{M_W^6}{m_t^6} \right) \approx 1.56 \text{ GeV}$$

$$\tau_{top} = \frac{\hbar}{\Gamma(t \rightarrow Wb)} = \frac{6.58 \cdot 10^{-25} \text{ GeV} \cdot \text{s}}{1.58 \text{ GeV}} \approx 4 \cdot 10^{-25} \text{ s}$$

Keďže,

$\tau_{hadr} \approx 10^{-23} \text{ s}$ platí: $\tau_{top} \ll \tau_{hadr}$, teda t -kvark sa rozpadne ešte pred sformovaním hadrónu.

On Measurement of the Top Quark Charge

Status of the Top charge

CDF and D0: The correlations of the ***b*** quarks and the ***W*** bosons in

pp → ***t******t*** → ***W***[−]***W***⁺***b******b*** are not determined!

Consequence:

Besides the SM charge assignment (***Q_{top}*** = +2/3), the „top quark“ could be an exotic quark with charge ***Q_{top}*** = -4/3.

$$\textbf{SM} : \quad t \rightarrow bW^+ \rightarrow b l^+ \bar{\nu}$$

$$\textbf{Exot.} : \quad \tilde{t} \rightarrow bW^- \rightarrow b l^- \nu$$

Moreover the present precision electroweak data are fully consistent with a -4/3 charge quark of mass ≈ 170 GeV.

How to determine top charge:

- By measuring the charge of its decay product (***W*** boson, ***b*** jet)
- Via photon radiation in ***t******t*** events: (***pp*** → ***t******t***γ) and ***pp*** → ***t******t***, ***t*** → ***Wb***γ) – the ***t******t***γ cross section ∼ ***Q_{top}***².

The top charge measurement via photon radiation $t\bar{t}$ events.

Top quark can radiate photons in:

- Top production $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma$
- Top decay: $pp \rightarrow t\bar{t}, \quad t \rightarrow Wb\gamma$

For the top quark charge analysis are suitable:

- Dilepton events: $pp \rightarrow \gamma b\bar{b}(l\nu)(l\nu)$
- Lepton + jets events: $pp \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$

Lepton + jets modes analysis (by *Bauer et al.*)

3 contributions to $pp \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$:

- Radiation in top production: $pp \rightarrow t\bar{t}\gamma \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$:
- Radiative top decay: $pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow \gamma W^+ b W^- \bar{b} \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$ (t or $\bar{t}$ quark decays radiatively – $t \rightarrow Wb\gamma$)
- Radiative W decay: $pp \rightarrow t\bar{t} \rightarrow W^+ b W^- \bar{b} \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$, W decays radiatively, $W \rightarrow l\nu\gamma$ $W \rightarrow jj\gamma$).

Suppression of radiative W decay:

$$m(jj\gamma) > 90 \text{ GeV} \quad \text{and} \quad m_T(l\gamma; p_T) > 90 \text{ GeV}$$

where p_T is missing transverse momentum,

$m_T(l\gamma; p_T)$ is the $l\gamma p_T$ cluster transverse mass:

$$m_T^2(l\gamma; p_T) = \left(\sqrt{p_T^2(l\gamma) + m^2(l\gamma)} + p_T^2 \right)^2 - (p_T(l\gamma) + p_T)^2$$

The matrix elements for $gg, \bar{q}q \rightarrow t\bar{t}\gamma \rightarrow \gamma l^\pm \nu b\bar{b}jj$

were calculated using MADGRAPH + HELAS library (the spin correlations for the top decay).

For the numeric simulations the set of SM input parameters were used:

$$m_{top}=175 \text{ GeV}, m_b=5 \text{ GeV}, M_W=80.3 \text{ GeV}, \sin^2\theta_W=0.23 \text{ and } \alpha(M_W)=1/128.$$

MRSR2 parton distribution functions employed.

Applied cuts (for LHC):

$$p_T(b) > 15 \text{ GeV}$$

$$|\eta(b)| < 2$$

$$p_T(l) > 20 \text{ GeV}$$

$$|\eta(l)| < 2.5$$

$$p_T(j_{1,2}) > 20 \text{ GeV}$$

$$|\eta(j_{1,2})| < 2.5$$

$$p_T(\gamma) > 30 \text{ GeV}$$

$$|\eta(\gamma)| < 2.5$$

$$p_T > 20 \text{ GeV}$$

$$\Delta R(i, j) > 0.4 \text{ for } i \neq j$$

$$m(jj\gamma) > 90 \text{ GeV} \quad \text{and} \quad m_T(l\gamma; p_T) > 90 \text{ GeV}$$

$\eta \equiv$ pseudorapidity and $\Delta R(i, j) = \sqrt{\Delta\phi(i, j)^2 + \Delta\eta(i, j)^2}$ is the separation between 2 particles i and j in the pseudorapidity and azimuthal angle plane.

No background processes were considered.

The events passing the LHC cuts can be divided into 3 samples:

1. events satisfying $t\bar{t}\gamma$ cuts

$$m(bj j\gamma) > 190 \text{ GeV} \quad \text{and} \quad m_T(bl\gamma; p_T) > 190 \text{ GeV} \quad (\text{radiative top quark decays suppressed} - \text{almost pure } t\bar{t}\gamma \text{ sample})$$

2. for $m_T(b_{1,2}l\gamma; p_T) < 190 \text{ GeV}$ and $m_T(b_{1,2}jj\gamma) > 190 \text{ GeV}$

process $pp \rightarrow t\bar{t}, t \rightarrow Wb\gamma, W \rightarrow l\nu$ dominates ($t \rightarrow Wb\gamma, W \rightarrow l\nu$ cuts)

3. for

$$m_T(b_{1,2}l\gamma; p_T) > 190 \text{ GeV} \quad \text{and} \quad 150 \text{ GeV} < m_T(b_{1,2}jj\gamma) < 190 \text{ GeV}$$

process $pp \rightarrow t\bar{t}, t \rightarrow Wb\gamma, W \rightarrow jj$ dominates ($t \rightarrow Wb\gamma, W \rightarrow jj$ cuts)

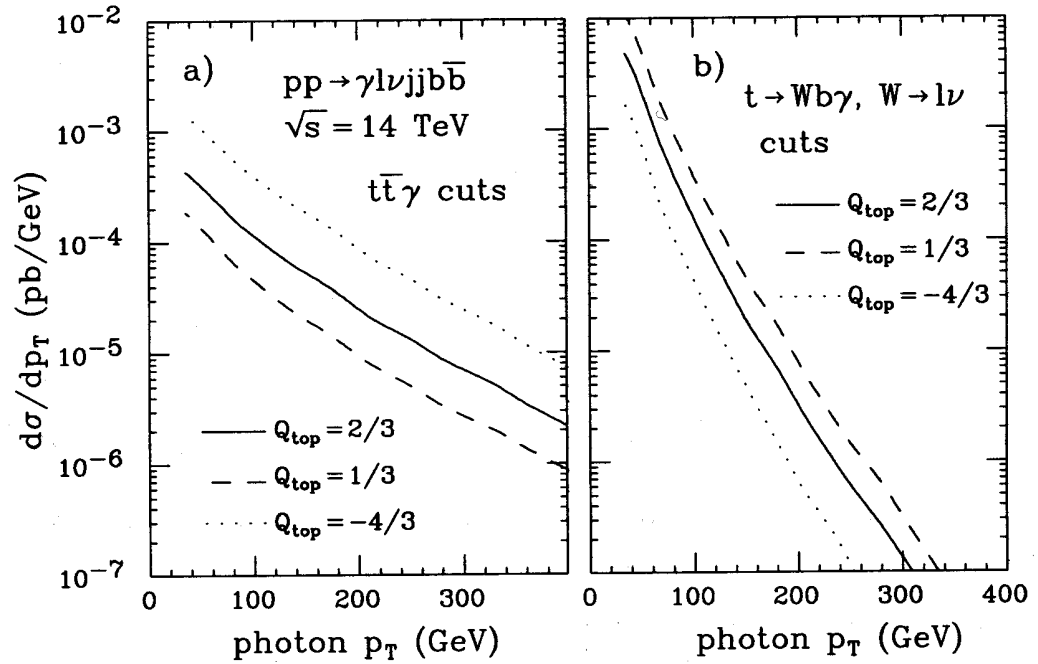


Fig. 1: The differential cross section for the photon p_T in the reaction $pp \rightarrow \gamma l \nu jj b \bar{b}$ at the LHC for 3 different "top" quark charges.

The top charge determined via its decay products.

The event samples suitable for the analysis:

- *Dilepton decays* ($t\bar{t} \rightarrow (l\nu)(l\nu)b\bar{b}$)
- *Semilepton decays* ($t\bar{t} \rightarrow (l\nu)(jj)b\bar{b}$) can be used.

Remark. All jet decay modes are not suitable due to the high QCD background.

The b -jet charge can be determined via the charges of the tracks belonging to the jet (DELPHI collab.):

$$q_{bjet} = \frac{\sum_i q_i |\vec{j} \cdot \vec{p}_i|^\kappa}{\sum_i |\vec{j} \cdot \vec{p}_i|^\kappa} \quad (1)$$

Where:

$q_i (\vec{p}_i)$ is the charge (momentum) of a b -jet track,

$\vec{j}$ is the b -jet direction and κ an exponent.

Production of the $t\bar{t}$ pairs in LHC

Typ event	Branching (%)	# events / 10 fb ⁻¹
$t\bar{t} \rightarrow WWb\bar{b} \rightarrow (jj)(jj)b\bar{b}$	65.5	5 500 000
$t\bar{t} \rightarrow WWb\bar{b} \rightarrow (l\nu)(jj)b\bar{b}$	29.6	2 500 000
$t\bar{t} \rightarrow WWb\bar{b} \rightarrow (l\nu)(l\nu)b\bar{b}$	4.9	400 000

Choice criteria for the di-lepton sample

Applied cuts to $t\bar{t} \rightarrow WWb\bar{b} \rightarrow (l\nu)(l\nu)b\bar{b}$
1. Two isolated high- p_T leptons (e, μ) $p_T^{(1)} > 35 \text{ GeV} , \quad p_T^{(2)} > 25 \text{ GeV} \text{ and } \eta < 2.5$ 2. Big missing transverse energy $E_T^{\text{miss}} > 40 \text{ GeV}$ 3. At least two b-jets with $p_T > 25 \text{ GeV}$ (one or two tagged as b-jets) 4. Z-boson cut: $M^l - M^Z > 10 \text{ GeV}$ (if leptons of the same type – $ee, \mu\mu$)

PYTHIA 6.125 simulations: the charge distribution in $b(\bar{b})$ jets.

- The $b(\bar{b})$ jet charge found by the weighting (1) using $\kappa = 1.0$
- Criterion for the choice of jet tracks: $R(part,b) < 0.2$

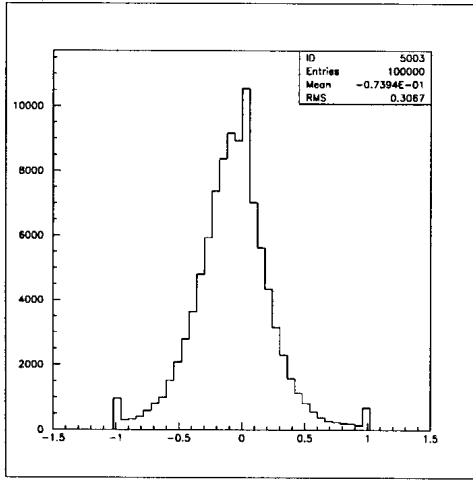


Fig. 2: The b -jet charge distribution (PYTHIA 6.1)

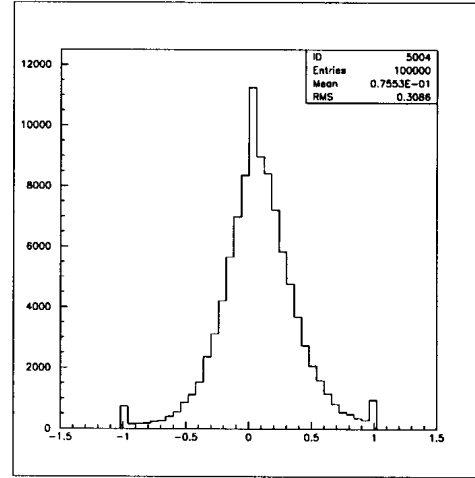


Fig. 3: The $\bar{b}$ -jet charge distribution (PYTHIA 6.1)

$$R = \sqrt{(\Delta\varphi)^2 + (\Delta\eta)^2}$$

Where φ is azimuth angle and η is pseudorapidity

Reconstruction the b -jet charge by ATLAFAST.

Choice of events: di-lepton events from $t\bar{t}$ decays.

Applied cuts:

- Two b -jets with $p_t(b\text{-jet}) > 25 \text{ GeV}/c$
- Two opposite charge leptons with $p_t(l^\pm) > 35 \text{ GeV}/c$ (25 GeV/c)

Assignment of leptons and b -jets: (l^+ , $b\text{-jet}$) and (l^- , $b - \text{jet}$): via

restrictions on the lepton-jet invariant mass ($M_{\text{inv-cut}}$).

$$m(l^+, b_{\text{jet}}) < m_{\text{top}} \quad \text{and} \quad m(l^-, b_{\text{jet}}) > m_{\text{top}}$$

$$m(l^-, \bar{b}_{\text{jet}}) < m_{\text{top}} \quad \text{and} \quad m(l^+, \bar{b}_{\text{jet}}) > m_{\text{top}}$$

Track choice for b -jet's requirement: $R(b_{\text{jet}}, \text{track}) < 0.4$

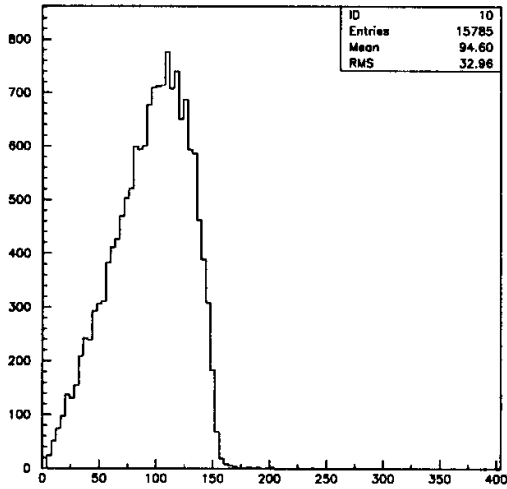


Fig. 4: Invariant mass $m(l, b_{\text{jet}})$ for l and b -jet from the same top quark

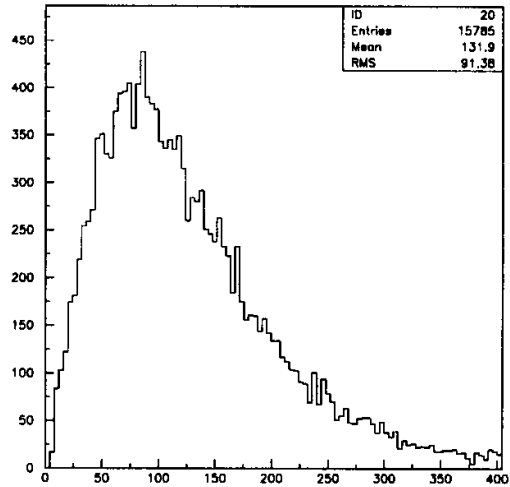


Fig. 5: Invariant mass $m(l, b_{\text{jet}})$ for l and b -jet from the different top quarks

Efficiency of M_{inv} -cut

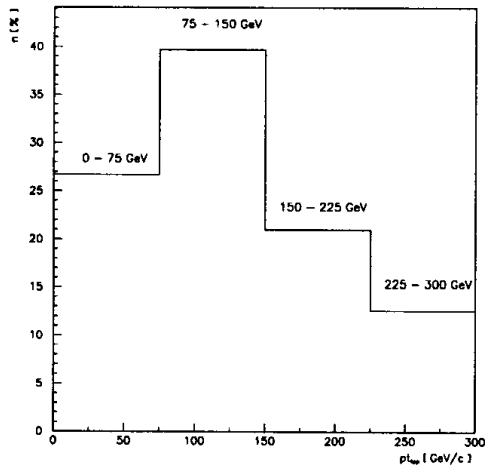


Fig. 6: The top quark p_t distribution

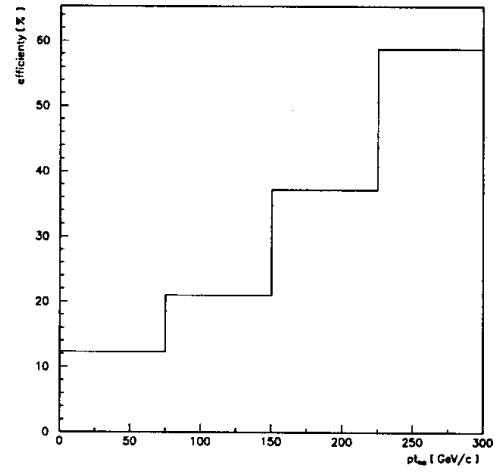


Fig. 7: The relative efficiency of M_{inv} -cut

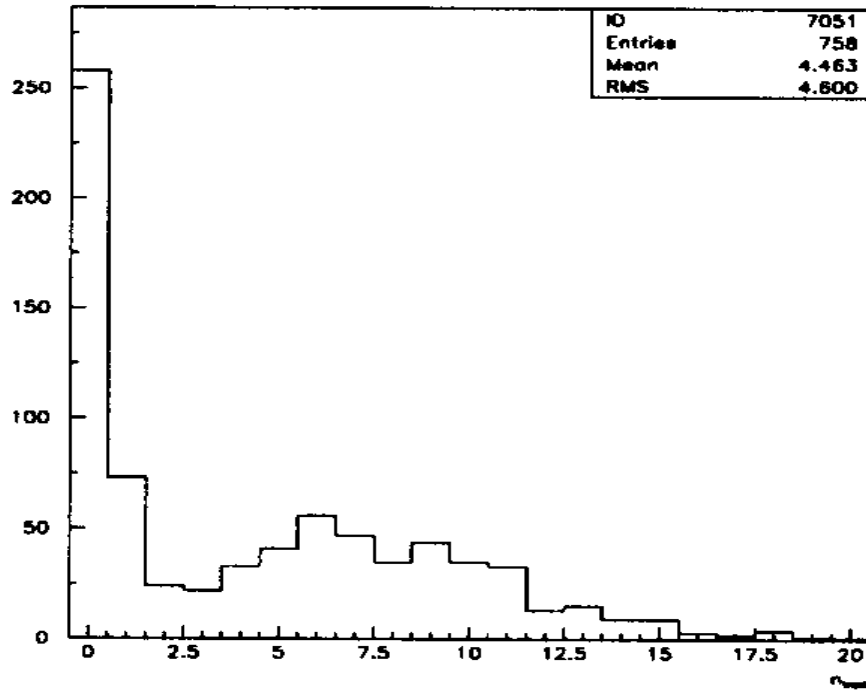


Fig. 8: Tracking efficiency for the bjet tracks ($R < 0.4$ used).

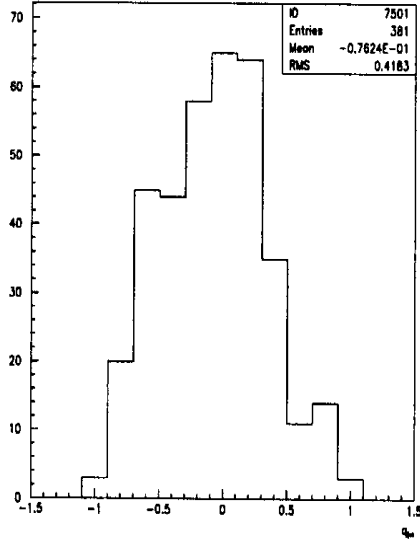


Fig. 9: The b -jet charge distribution (2 b-jets)

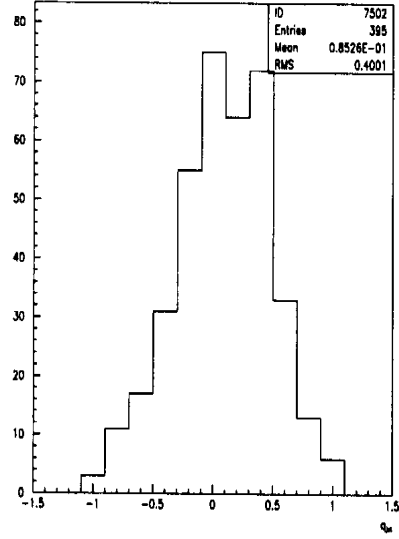


Fig. 10: The $\bar{b}$ -jet charge distribution (2 b-jets)

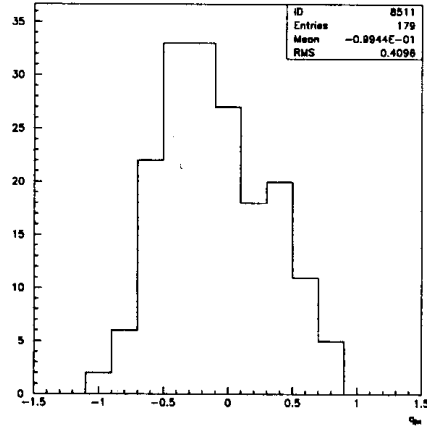


Fig. 11: The b -jet charge distribution (1 b-jets)

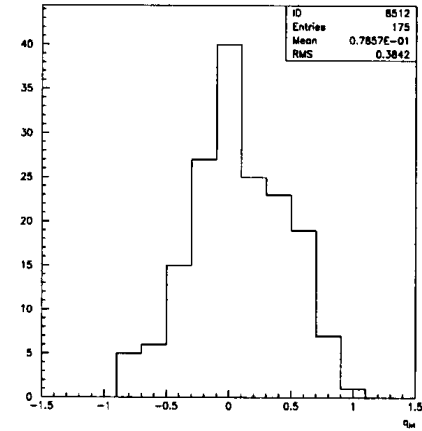


Fig. 12: The $\bar{b}$ -jet charge distribution (1 b-jets)

The reconstructed $b(\bar{b})$ -jet charge distributions

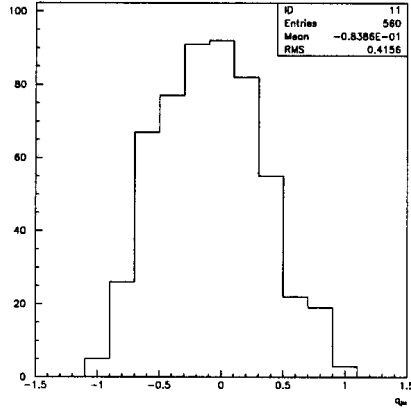


Fig. 13: Distribution of the b -jet charge

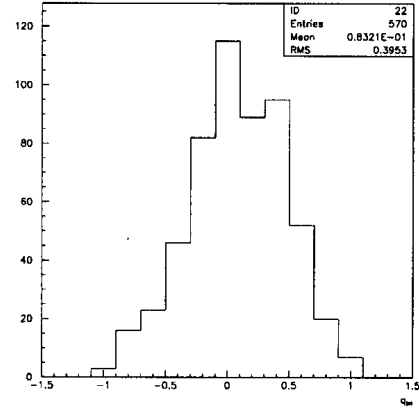


Fig. 14: Distribution of the $\bar{b}$ -jet charge

The obtained mean charges (after rescaling):

$$q(b_{jet}) = -0.0839 \pm 0.018 \quad \text{and} \quad q(\bar{b}_{jet}) = 0.0832 \pm 0.017$$

Statistics:

# of $t\bar{t}$ events	480 000
# of dilepton events	22 183
# of dilepton events after cuts, $1b_{jet} (2 \bar{b}_{jet})$	1 951 (1 747)
# of dilepton events after M_{inv} -cut	744 (758)
# of dilepton .. after tracks recon.	b_{jet} 179 (381) $\bar{b}_{jet}$ 175 (381)

The Charge distribution in $b(\bar{b})$ strings – PYTHIA 6.125 simulations.

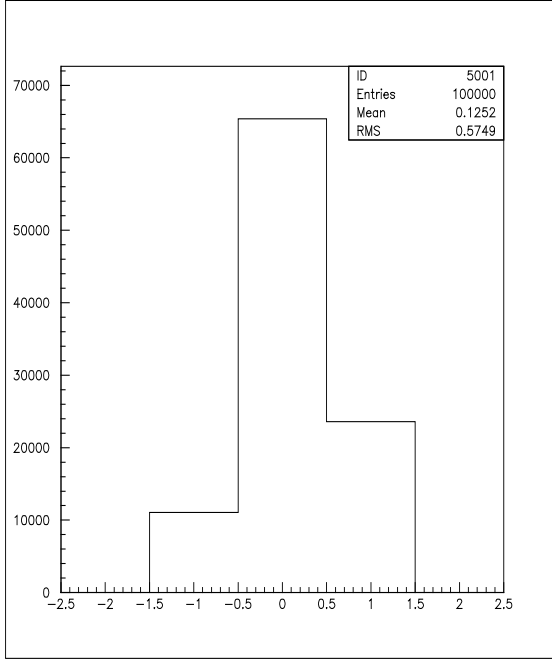


Fig. 15: The b -string charge (PYTHIA 6.1)

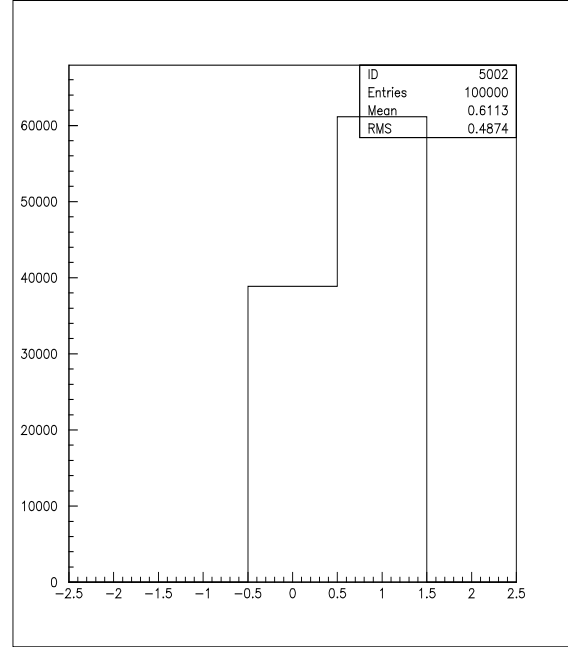


Fig. 16: The $\bar{b}$ -string charge (PYTHIA 6.1)

The b -jet charge for the different κ values

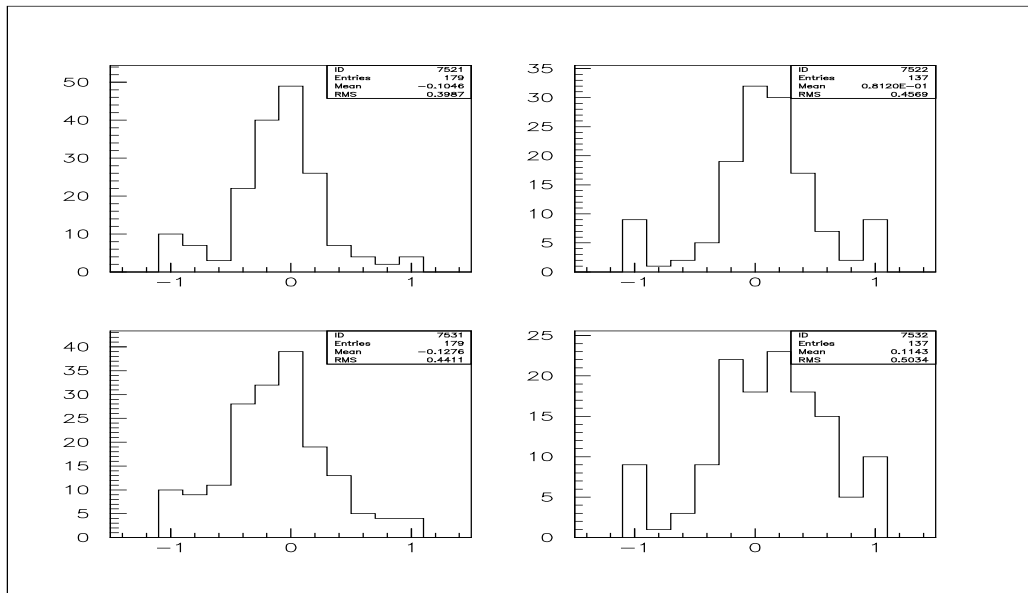


Fig. 17: The b -jet charge distribution for $\kappa = 0.8$ and 1.0.

3. Nepriame svedectvá existencie t-kvarku

3.1 Predo-zadná asymetria (FB-asymmetry)

Ak uvažujeme proces $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, tak tento proces (viď. diagramy na obr. 1) v dôsledku interferencie medzi vektorovou a axiálne-vektorovou časťou amplitúdy Z-výmeny a interferencie amplitúd s Z-bozónom a fotónom vedie k asymetrii dopredu (F) a nazad (B) produkovaných fermiónov ($f(\bar{f})$):

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1: } e^+e^- \rightarrow f\bar{f} \text{ via } \gamma \quad e_0^2 \frac{Q_e Q_f}{s} \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu \\
 & \text{Diagram 2: } e^+e^- \rightarrow f\bar{f} \text{ via } Z \quad \frac{e_0^2}{4s_W^2 c_W^2} \frac{[\gamma_\mu(I_3^e - 2Q_e s_W^2) - I_3^e \gamma_\mu \gamma_5] \otimes [\gamma^\mu(I_3^f - 2Q_f s_W^2) - I_3^f \gamma^\mu \gamma_5]}{s - M_Z^2}
 \end{aligned}$$

$$A_{FB}^{(f)} = \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \quad (3.1)$$

kde σ_F (σ_B) je účinný prierez produkcie fermiónu f dopredu (dozadu).

Pre asymetriu A_{FB} pri hmotnosti Z-bozónu ($s = M_Z^2$), za predpokladu nepolarizovaných zväzkov, zanedbanie γ -výmeny a γZ -interferencie, platí:

$$A_{FB}^{(f)} = \frac{3}{4} A_e A_f + \quad , \quad A_f = \frac{2g_V^f g_A^f}{(g_V^f)^2 + (g_A^f)^2} \quad (3.2)$$

kde

$$g_V^f = \sqrt{\rho_f} (I_3^f - 2Q_f s_w^2) \quad g_A^f = \sqrt{\rho_f} I_3^f, \quad f = e, \mu, \tau, s, c, b$$

$s_w = \sin \theta_w$ je uhol elektroslabého zmiešavania, $\rho_f \equiv$ elektroslabé korekcie

Porovnanie experimentálne zmeranej asymetrie pre produkciu $b\bar{b}$ s predpoveďou SM:

$A_{FB}^{(b)}(s = M_Z^2)$	Experiment (MeV)	Štandardný model	
		$I_3^b = -\frac{1}{2}$	$I_3^b = 0$
	0.0984 ± 0.0024	0.1030 ± 0.0009	0.

3.2 Pološírka rozpadu $Z \rightarrow b\bar{b}$

SM pre pološírku rozpadu $Z \rightarrow b\bar{b}$ dáva:

$$\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b}) = \frac{G_F M_Z^3}{6\sqrt{2}\pi} (g_V^2 + g_A^2) \cdot C_{QCD} = \frac{G_F M_Z^3}{3\sqrt{2}\pi} \left((I_3^b - Q_b s_w^2)^2 + Q_b^2 s_w^4 \right) \cdot C_{QCD} \quad (3.3)$$

kde

$$C_{QCD} = 3 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + 1.409 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} - 12.77 \frac{\alpha_s^3}{\pi^3} \right) \quad (3.4)$$

predstavuje QCD-korekcie (faktor 3 je farebný faktor).

Porovnanie experimentu s predpoveďami SM:

$\Gamma(Z \rightarrow b\bar{b})$	Experiment (MeV)	Štandardný model	
		$I_3^b = -\frac{1}{2}$	$I_3^b = 0$
	377.4 ± 2.1	376.0 ± 0.1	24.2 ± 0.1

3.3 Neprítomnosť FCNC (flavor meniace neutrálne prúdy).

Kvarkové stavy uvedené v Tab.1 sú vlastnými stavmi slabého izospinu, no nie sú vlastnými stavmi slabých interakcií. Flavorovými čistými stavmi sú kvarky d' , s' a b' :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Kde

V je unitárna matica ($V^\dagger V = \mathbf{1}$) nazývaná CKM matica (Cabibbo, Kobayashi, Maskawa).

Nediagonálnosť CKM-matica znamená prítomnosť nabitých slabých prúdov meniacich flavor. Napr. slabé prechody $b \xrightarrow{W^-} c, u$ a $s \xrightarrow{W^-} u$ sa uskutočňujú via nabité prúdy s väzbovými konštantami úmernými V_{cb} , V_{ub} a V_{us} .

V prípade, že b -kvark má izospinového partnera (slabý izospin), tj., že existuje t -kvark, potom v dôsledku unitarity V a univerzality väzby Z k 3 generáciám sa väzbové konštanty slabých neutrálnych prúdov meniacich flavor vyrušia:

$$Z_\mu (\bar{d}' \Gamma^\mu d' + \bar{s}' \Gamma^\mu s' + \bar{b}' \Gamma^\mu b') = Z_\mu (\bar{d} \Gamma^\mu d + \bar{s} \Gamma^\mu s + \bar{b} \Gamma^\mu b) \quad (3.6)$$

Kde

$$\Gamma_\mu^f = i \frac{g}{2c_w} \gamma_\mu (v_f - a_f \gamma_5) = i \frac{g}{2c_w} \gamma_\mu ((1 - \gamma_5) I_3^f - 2Q_f s_w^2) = \Gamma_\mu^{(f)I} + \Gamma_\mu^{(f)Q} \quad 3.7$$

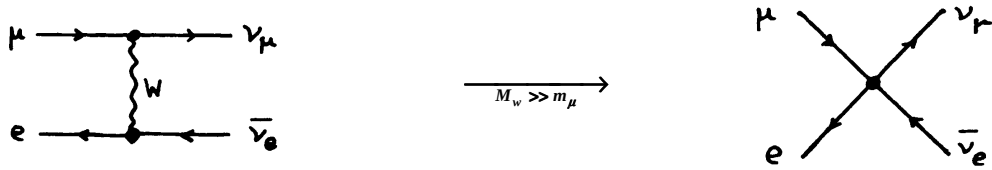
Vzťah 3.6 platí len v prípade, že $\Gamma_\mu^f = \Gamma_\mu$ pre $f = d, s, b$. Ak však b je izotopický singlet, teda $\Gamma_\mu^{(b)I} = 0$, zatiaľ čo $\Gamma_\mu^{(d)I} = \Gamma_\mu^{(s)I} \neq 0$. To vedie k tomu, že väzbové konštanty slabých neutrálnych prúdov meniacich flavor pre procesy $Z\bar{b}s, Z\bar{b}d$ sú úmerné $V_{tb}^* V_{ts}, V_{tb}^* V_{td}$, čo znamená, že rýchlosť rozpadov via slabé neutrálne prúdy meniace flavor ako $b \xrightarrow{Z} s, d$, je rovnaká ako v prípade rozpadov $b \xrightarrow{W} c, u$.

Prakticky by to znamenalo, že rozpad $b \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ by mal branching ratio $\geq 1\%$, čo sa nepozoruje ($B_{exp} < 6.8 \cdot 10^{-7}$, CL 90%).

4. Top kvark a precízna elektroslabá fyzika

4.1 Fermiho konštanta a parametre SM

Uvažujme rozpad miónu $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$.



$$i \left(\frac{e}{2\sqrt{2}s_W} \right)^2 \frac{J_{CC}^{(\mu)} \cdot J_{CC}^{(e)}}{q^2 - M_W^2} \longrightarrow i \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_{CC}^{(\mu)} \cdot J_{CC}^{(e)}$$

Kde $J_{CC}^{(l)} = \bar{u}_{\nu_l} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u_l$ je nabitý slabý prúd ($l=e, \mu$).

Dôležitý moment:

charakteristická škála slabých interakcií ($1/M_W$) << charakteristická škála μ /rozpadu ($1/m_\mu$).

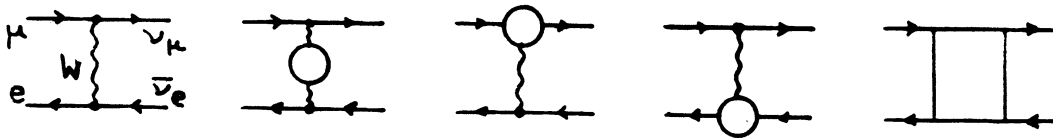
Vzťah medzi Fermiho konštantou a parametrami SM:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8s_W^2 M_W^2} \quad (4.1)$$

Keď zo vzťahu (1) vypočítame M_W – dostaneme: $M_W = 77.6 \text{ GeV}$, zatiaľ čo experimentálna hodnota je $M_W = 80.419 \pm 0.056 \text{ GeV}$.

Dôvod rozdielu: nebrali sme do úvahy korekcie vyšších rádov!

4.2 Korekcie vyšších rádov, Δr a t -kvark



$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e_0^2}{8s_W^{02} M_W^{02}} \left[1 + \frac{\Sigma^W(0)}{M_W^2} + (\text{vertex, box}) \right] \quad (4.2)$$

Kde

e_0, s_W^0, M_W^0 sú holé parametre (náboj, $\sin \theta_W$, hmotnosť Z)

$\Sigma^W(0)$ je vlastná energia W -bozónu.

Po renormalizácii, ktorá spočíva v tom, že vypočítame príspevky vyšších rádov a predefinujeme základné parametre, tj. prejdeme od holých parametrov e_0, s_w^0, M_w^0 k fyzikálne pozorovaným e, s_w, M_w , dostaneme:

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{e^2}{8s_w^2 M_w^2} (1 + \Delta r) \quad (4.3)$$

Kde Δr je konečná veličina závislá na e, M_w, M_Z, M_H, m_t predstavujúca výsledok zahrnutia vyšších rádov a dá sa vyjadriť ako

$$\Delta r = \Delta \alpha - \frac{c_w^2}{s_w^2} \Delta \rho + (\Delta r)_{rem} \quad (4.4)$$

kde $\Delta \alpha$ predstavuje korekcie 2. rádu k propagátoru fotónu od ľahkých fermiónov:

$$\Delta \alpha = -\text{Re } \hat{\Pi}^r(M_Z^2) = \sum_f Q_f^2 \frac{\alpha}{3\pi} \left(\frac{5}{3} - \log \frac{M_Z^2}{m_f^2} \right) \quad (4.5)$$

$\Delta \rho$ predstavuje korekcie 2. rádu k propagátoru W bozónu :

$$\Delta \rho = N_c \frac{\alpha}{16\pi s_w^2 c_w^2} \frac{m_t^2}{M_Z^2} \quad (4.6)$$

($N_c=3$ je počet farieb).

$(\Delta r)_{rem}$ predstavuje všetky ostatné korekcie vrátane logaritmickej závislosti od hmotnosti t -kvarku a Higgsovho bozónu:

$$(\Delta r)_{rem}^{top} = \frac{\alpha}{4\pi s_w^2} \left(\frac{c_w^2}{s_w^2} - \frac{1}{3} \right) \log \frac{m_t}{M_Z} + \quad (\Delta r)_{rem}^{Higgs} = \frac{\alpha}{16\pi s_w^2} \frac{11}{3} \left(\log \frac{M_H^2}{M_w^2} - \frac{5}{6} \right) \quad (4.7)$$

Vzťah 4.4 je možné použiť na určenie hmotnosti t -kvarku - $\Delta \alpha = 0.0602 \pm 0.0009$, typická hodnota $(\Delta r)_{rem} \approx 0.01$. Výpočty dávajú:

$$m_t = 168.2^{+9.6}_{-7.4} \text{ GeV}$$

Poznámka 1. Vzťahy 4.7 umožňujú urobiť aj ohraničenie na hmotnosť Higgsovho bozónu.

Poznámka 2. Efekty vyšších (všetkých) rádov poruchovej teórie je možné získať zámenou:

$$1 + \Delta r \rightarrow \frac{1}{1 - \Delta r}$$