

3 Klasifikácia hadrónov

3.1 Izotopická SU(3) symetria.

Rok 1947: objav π -mezónu (Yukawovej častice) – začiatok objavu celého radu silne interagujúcich častíc (π -mezóny, K-mezóny, Σ -hyperóny, etc.). Dovtedy boli známe len nukleóny ako silne interagujúce častice (hadróny).

Ako kategorizovať uvedené častice?

Kvarková hypotéza (Gell-Mann, Zweig):

Existuje fundamentálny triplet častíc - kvarkov, z ktorých sú vytvorené hadróny. Tri stavy reprezentujúce kvarky ***u***, ***d*** a ***s*** sú bázou fundamentálnej reprezentácie grupy SU(3).

Fyzikálny význam: kvark sa vyskytuje v troch izotopických stavoch, ktoré sú z hľadiska silných interakcií ekvivalentné, t.j. dynamika silných procesov sa nezmení, ak zmeníme typ kvarku.

Izospin a hypernáboj (kvantové čísla I_3 a Y).

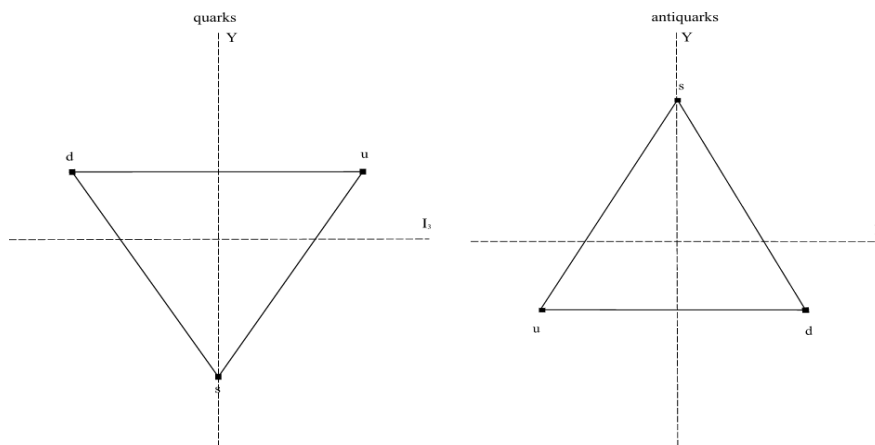
Dve z Gell-Mannových matíc (λ_i , $i=1..8$) sú diagonálne λ_3 a λ_8 , preto kvarky *u*, *d* a *s* môžeme chápať ako ich vlastné stavy. Na základe λ_3 a λ_8 sú definované operátory ***izospinu*** (jeho 3. komponenty) I_3 a ***hypernáboja*** Y :

$$I_3 = \frac{1}{2} \lambda_3 \quad Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 \quad .$$

Kvarky *u*, *d* a *s* sú vlastnými stavmi operátorov I_3 a Y a môžeme ich charakterizovať vlastnými hodnotami týchto operatorov. Keď si uvedomíme, že:

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad I_3 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Y = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} ,$$

potom v rovine (I_3 , Y) sa kvarky u , d a s a im zodpovedajúce antikvarky zobrazia nasledovne (Obr. 1):



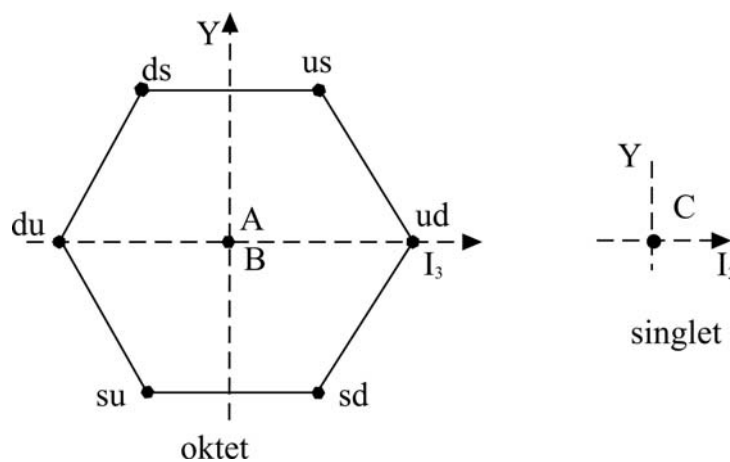
Obr. 1: Kvarky u , d , s a ich anti-kvarky v rovine (I_3, Y).

3.2 Mezóny (systém $q\bar{q}$).

Mezóny sú silne interagujúce častice zložené z kvarku a antikvarku. Vytvorme $q\bar{q}$ – pár z kvarkov (u , d , s). Pravidlá skladania reprezentácií grupy $SU(3)$ vedú k nasledovnému:

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$$

Teda $q\bar{q}$ - páry patria $SU(3)$ singletu alebo $SU(3)$ oktetu:



Obr. 2: Oktet a singlet skalárnych mezónov tvorených kvarkami u , d , s .

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \quad B = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

3.2.1 Základné charakteristiky systému $q\bar{q}$.

Základné charakteristiky viazaného systému kvark-antikvarksú zhrnuté nižšie:

- Diskrétné spektrum energetických úrovní.
- Spin $q\bar{q}$ - páru:
 1. vnútorný spin : $S = 0, 1$ (skladanie 2 spinov $1/2$)
 2. celkový spin: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$, kde $\vec{L}$ je orbitálny a $\vec{S}$ je vnútorný spin.
- Parita $q\bar{q}$ - páru: $P = -(-1)^L$; znak $-$ pred zátvorkou zodpovedá opačnej parite kvarku a antikvarku a $(-1)^L$ je parita sférických funkcií $Y_{LM}(\theta, \varphi)$.
- Nábojová parita (v prípade neutrálnych $q\bar{q}$ - párov): $C = (-1)^{L+S}$ (vlastné stavy operátora nábojovej konjugácie: zámena $q \leftrightarrow \bar{q}$, výmena polôch a spinov kvarkov)
- Charakteristika $q\bar{q}$ - páru: J^{PC}

3.2.3 Skalárne mezóny ($J=0$)

Table 1: Oktet a singlet skalárnych mezónov, mezónypoyostávajú z u, d a s kvarkov.

oktet									singlet
mezón	π^+	π^0	π^-	K^+	K^0	K^0	K^-	η_8	η_1
štruktúra	$(u\bar{d})$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$(d\bar{u})$	$(u\bar{s})$	$(d\bar{s})$	$(s\bar{d})$	$(s\bar{u})$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$
$m[\text{MeV}]$	139.57	134.98	139.57	493.68	497.65		493.68	957.78 (η')	547.75 (η)
$\tau[\text{ns}]$	26.03	$8.4 \cdot 10^{-8}$	26.03	12.38	0.0895 / 51.8		12.8	—	—
I	1			1/2		1/2		0	0
Y	0			-1		1		0	0

$I \equiv \text{izospin}$, $Y \equiv \text{hypernáboj}$

Zmiešavanie neutrálnych mezónov.

V dôsledku narušenia $SU(3)$ - symetrie úplne neutrálne mezóny η_1 a η_8 sa môžu zmiešavať a fyzikálne sú pozorované mezóny η a η' , ktoré je možné vyjadriť cez uhol zmiešavania θ_P :

$$\eta = \eta_8 \cos \theta_P - \eta_1 \sin \theta_P \quad \eta' = \eta_8 \sin \theta_P + \eta_1 \cos \theta_P .$$

Neutrálne kaóny K^0 a $\bar{K}^0$ sa líšia hypernábojom (-1 resp. 1). Hypernáboj sa zachováva v silných a elektromagnetických interakciách, no nezachováva sa v slabých interakciách. V dôsledku týchto interakcií sú možné prechody $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$, teda $K^0 \bar{K}^0$ – oscilácie. Vlastné stavy úplného hamiltoniánu sú určité kombinácie K^0 a $\bar{K}^0$:

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (\varepsilon K_1^0 + K_2^0) \quad K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} (K_1^0 + \varepsilon K_2^0)$$

kde $K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0)$ a $K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0)$ sú vlastné stavy operátora CP

(kombinovaná nábojová a priestorová parita), ε je malá ($|\varepsilon| \ll 1$) veličina. To, že $\varepsilon \neq 0$, znamená, že v slabých interakciách sa ani CP-parita nezachováva.

Dôsledok: fyzikálne dobre definovanú hmotnosť majú K_L^0 a K_S^0 a hmotnostný rozdiel $\Delta m = m(K_L^0) - m(K_S^0) = (0.5333 \pm 0.0027) \times 10^{10} \text{ hs}^{-1}$ určuje rýchlosť oscilácií systému $K^0 \bar{K}^0$.

3.2.4 Vektorové mezóny (J=1)

Table 2: Oktet a singlet vektorových mezónov, mezónypoyostávajú z u , d a s kvarkov.

oktet									singlet
mezón	ρ^+	ρ^0	ρ^-	K^{*+}	K^{*0}	K^{*0}	K^{*-}	η^*_8	η^*_1
štruktúra	$(u\bar{d})$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	$(d\bar{u})$	$(u\bar{s})$	$(d\bar{s})$	$(s\bar{d})$	$(s\bar{u})$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$
I	1			1/2		1/2		0	0
Y	0			-1		1		0	0

Fyzikálne sa nepozorujú η^*_1 a η^*_8 ale ich kombinácie - mezóny φ a ω :

$$\varphi = s\bar{s} \quad \text{a} \quad \omega \approx \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$$

3.3 Baryóny. Systémy qq̄q.

Baryóny sú 3-kvarkové systémy, ktoré predstavujú farebný singlet, teda ich stavový vektor Ψ_{color} popisujúci farebný nábojový stav je antisymetrický.

Úplný stavový vektor (vlnová funkcia) je konštruovaná nasledovne:

$$\underbrace{\Psi_{full}}_{(-)} = \underbrace{\Psi_{color}}_{(-)} \cdot \underbrace{\Psi_{spin} \cdot \Psi_{iso}}_{(+)} \cdot \underbrace{\Psi_{space}}_{(+)}$$

Znamienka pod jednotlivými komponentami Ψ udávajú ich symetriu.

Komponenta Ψ_{space} je symetrická, lebo predpokladáme, že systém kvarkov je v stave s orbitálnym kvantovým číslom $L = 0$. Celková vlnová funkcia Ψ_{full} musí byť antisymetrická, lebo sa jedná o systém identických fermiónov.

Izotopická štruktúra. Predpokladajúc tri typy kvarkov (u , d a s) štruktúra izotopickej časti vlnovej funkcie (Ψ_{iso}) je daná rozkladom:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

Symetria: S M_S M_A A

$S \equiv$ izotopická časť vlnovej funkcie je plne symetrická;

M_S (M_A) $\equiv$ izotopická časť vlnovej funkcie je (anti-)symetrická v dvoch prvých indexoch;

A $\equiv$ izotopická časť vlnovej funkcie je plne antisymetrická.

Príklad: Systém zložený z kvarkov u , u a d .:

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}}(uud + udu + duu)$$

$$p_A = \frac{1}{\sqrt{2}}(ud - du)u$$

$$p_S = \frac{1}{\sqrt{3}}(udu + duu - 2uud)$$

Δ je symetrická; p_A má zmiešanú symetriu - prvé dva indexy antisymetrické;

p_S má zmiešanú symetriu - prvé dva indexy symetrické.

Spinová štruktúra. Štruktúra spinovej časti vlnovej funkcie (Ψ_{spin}) je daná rozkladom:

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = (4 \oplus 2) \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

symetria $\rightarrow$ S M_S M_A

Symetria súčinu spinovej a izospinovej komponenty vlnovej funkcie vedie k nasledovnej kategorizácii (SU(3), SU(2))–multipletov:

$$\begin{aligned} S &: (10, 4) + (8, 2) \\ M_S &: (10, 2) + (8, 4) + (8, 2) + (1, 2) \\ M_A &: (10, 2) + (8, 4) + (8, 2) + (1, 2) \\ A &: (1, 4) + (8, 2) \end{aligned}$$

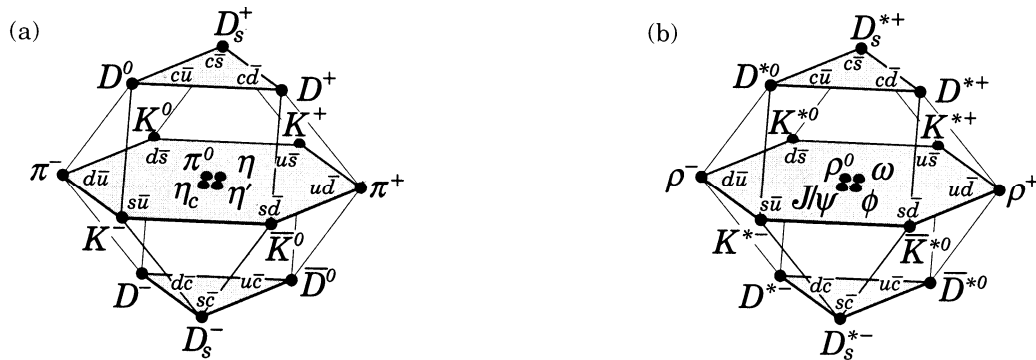
Nás zaujímajú symetrické stavy. Symetria deketupletu je očividná a symetrický oktet vzniká nasledovne:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{matrix} (8, 2) & + & (8, 2) \\ M_S & M_S & M_A & M_A \end{matrix} \right]$$

Experiment ukazuje, že baryóny s nižšími hmotnosťami sa ukladajú do oktetu so spinom 1/2 a deketupletu so spinom 3/2 (viď obrázok).

3.4 Kvarkové systémy s c a b kvarkami.

Ak do schémy s kvarkami u, d a s dodáme kvark c , potom flavourová symetria sa rozšíri s SU(3) na SU(4). Zahrnutie kvarku b vedie k symetrii SU(5).



Obr. 3: SU(4) 16-plety pre a) pseudoskalárne a b) vektorové mezóny vytvorené z u, d, s a c kvarkov.

Mezóny v SU(4)-schéme. V tomto prípade stavebnými kvarkami sú u, d, s a c a základnými multipletmi sú 16-plety skalárnych a vektorových mezónov (viď obr.). Pritom nonet ľahkých mezónov je v centrálnej rovine.

***B*–mezóny.**

Patria sem mezóny obsahujúce *b*–kvark. Z hľadiska štandardného modelu sú veľmi dôležité, lebo umožňujú testovať SM v mnohých bodoch (CP–narušenie, perturbatívna QCD, etc.).

Table 4: Stabilné B–mezóny.

Stabilné B–mezóny								
mezón	B^+	B^0	$\bar{B}_0$	B^-	B_s^0	$\bar{B}_s^0$	B_c^+	B_c^-
štruktúra	$u\bar{b}$	$d\bar{b}$	$\bar{d}b$	$\bar{u}b$	$s\bar{b}$	$\bar{s}b$	$c\bar{b}$	$\bar{c}b$
$c\tau[\mu\text{m}]$	491.1 ± 3.3	458.7 ± 2.7		491.1 ± 3.3	431.8 ± 9.3		137.9 ± 21	
$m[\text{MeV}]$	5279.1 ± 0.4	5279.5 ± 0.5		5279.1 ± 0.4	5366.4 ± 1.1		$6286. \pm 50.$	

$B^0 \bar{B}^0$ –zmiešavanie. Mezóny B^0 a $\bar{B}^0$ ako aj B_s^0 a $\bar{B}_s^0$ nie sú (analogicky ako v prípade D – mezónov) vlastným stavmi úplného hamiltoniánu, preto môže dochádzať k prechodom $B^0 \leftrightarrow \bar{B}^0$ (oscilácie $B^0 \bar{B}^0$). Fyzikálnymi stavmi s dobre definovanými hmotnosťami sú B_1^0 a B_2^0 . Veľkosť oscilácií je veľká hlavne pre B_s^0 –mezón.

Systém $b\bar{b}$. Existuje celé spektrum stavov systému $b\bar{b}$ (Ypsilónium):

$$Y(1S), \chi_{b0}(1P), \chi_{b1}(1P), \chi_{b2}(1P), Y(2S), \chi_{b2}(2S) \dots$$

Pre fyziku *b*–kvarkov má veľký význam hlavne $Y(1S)$ s hmotnosťou $m = 9460.37 \pm 0.21 \text{ MeV}$.

Niektoré kolajdery $e^+ e^-$ sú naladené na rezonančnú produkciu $Y(1S)$, tj. energia zrážky v systéme hmotného stredu je rovná hmotnosti $Y(1S)$ (KEKB, PEP-II). .

Ciele B–fyziky:

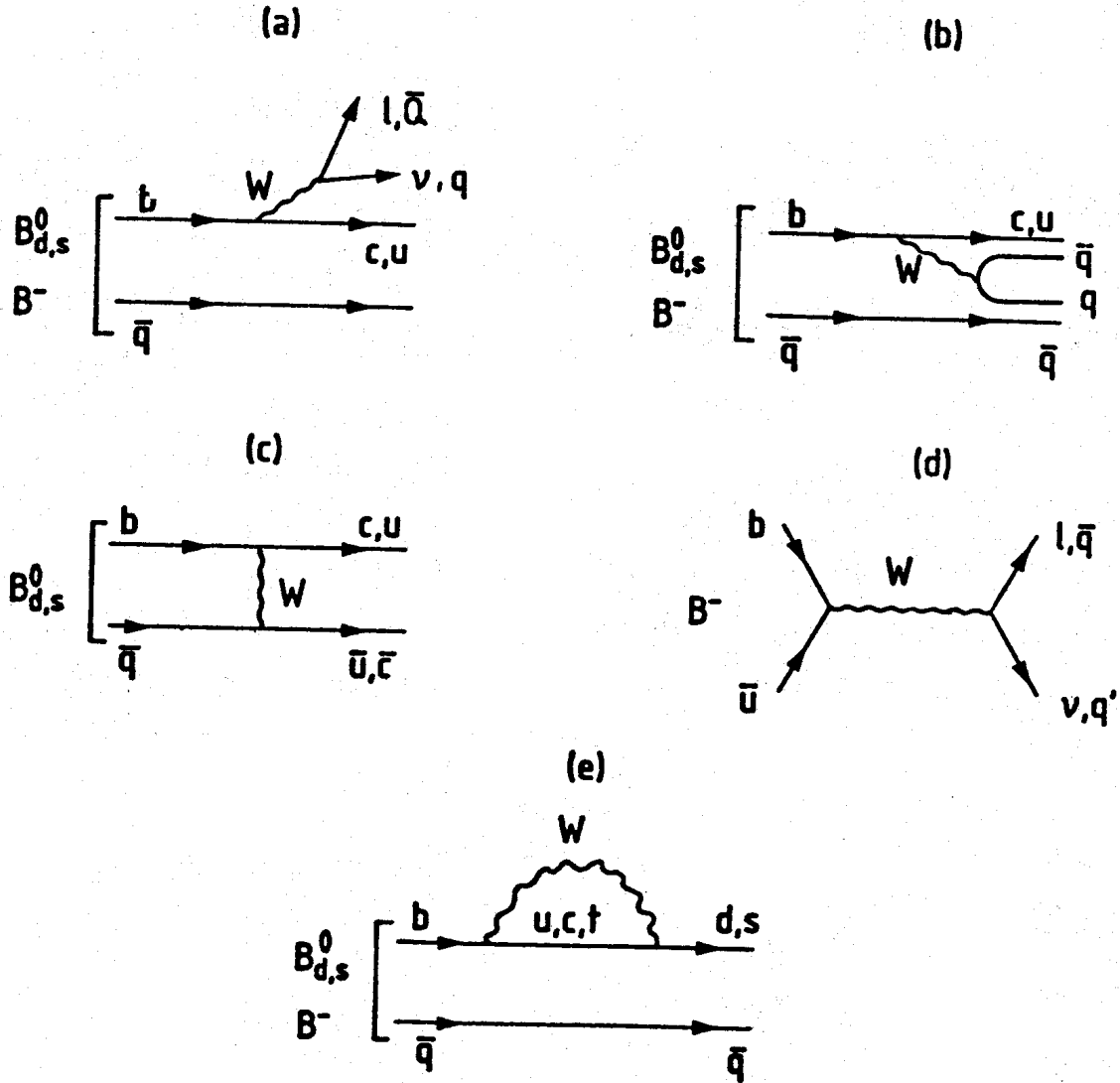
- Meranie a upresnenie parametrov štandardného modelu (SM)
- Možný dôkaz novej fyziky (fyziky za SM)

Základné problémy:

- Účinné prierezy produkcie *b*–kvarkov (testy QCD)
- Stanovenie parametrov matice CKM (Cabibbo, Kobayashi, Maskawa)
- Spektroskópia B–častíc (confinement)
- $B^0 \bar{B}^0$ zmiešavanie (presné zmeranie parametrov zmiešavania – možný objav novej fyziky).
- Narušenie CP–symetrie.

- Meranie doby života of rôznych B-hadrónov (dynamika B-rozpadov, príspevok od rôznych diagrams, vid'. Obr. 5).

Doplňok. Rozpadové diagramy B-mezónov



Obr. 5: Diagramy rozpadov b-kvarku: (a) spektátorový diagram (ľahký kvark sa „nezučastňuje“ rozpadu) – hlavný rozpad, (b) diagram s produkciou páru, (c) W-výmena v t-kanále, (d) Anihilácia (W-výmena v s-kanále), (e) penguin-diagram